JPNT 9(2), 99-115 (2020)
https://doi.org/10.11003/JPNT.2020.9.2.99

JPNT Journal of Positioning, Navigation, and Timing

Kalman Filter-based Navigation Algorithm for Multi-Radio Integrated Navigation System

Jae Hoon Son[1], Sang Heon Oh[2], Dong-Hwan Hwang[1†]

[1]Department of Electronics Engineering, Chungnam National University, Daejeon 34134, Korea
[2]Navcours Co., Ltd, Daejeon 34014, Korea

ABSTRACT

Since GNSS is easily affected by jamming and/or spoofing, alternative navigation systems can be operated as backup system to prepare for outage of GNSS. Alternative navigation systems are being researched over the world, and a multi-radio integrated navigation system using alternative navigation systems such as KNSS, eLoran, Loran-C, DME, VOR has been researched in Korea. Least Square or Kalman filter can be used to estimate navigation parameters in the navigation system. A large number of measurements of the Kalman filter may lead to heavy computational load. The decentralized Kalman filter and the federated Kalman filter were proposed to handle this problem. In this paper, the decentralized Kalman filter and the federated Kalman filter are designed for the multi-radio integrated navigation system and the performance evaluation result are presented. The decentralized Kalman filter and the federated Kalman filter consists of local filters and a master filter. The navigation parameter is estimated by local filters and master filter compensates navigation parameter from the local filters. Characteristics of three Kalman filters for a linear system and nonlinear system are investigated, and the performance evaluation results of the three Kalman filters for multi-radio integrated navigation system are compared.

Keywords: Kalman filter, decentralized Kalman filter, federated Kalman filter, integrated navigation system

1. INTRODUCTION

Global Navigation Satellite System (GNSS)는 3차원에서 위치와 속도를 제공하는 항법 시스템으로 지상항체, 항공기, 배 등에서 널리 사용되고 있다. 그런데, 신호 세기가 약하기 때문에, 재밍이나 스푸핑 등의 외부 전파 방해에 의해 쉽게 영향을 받는다. 이러한 문제에 대비하기 위하여 유럽, 영국, 미국 등의 나라에서 여러가지 연구를 수행하고 있다 (Kugler 1999, Williams et al. 2008, Lo et al 2011). 미국은 2019 Federal radionavigation plan에서는 navigation PNT architecture 2025를 제시하여 GNSS의 단점을 보완할 수 있는 여러 항법 시스템을 소개하였으며, Federal Aviation Administration (FAA)는 NextGen2025 Implementation plan을 통해 Global Positioning System (GPS)를 이용할 수 없을 경우에도 미국 내에서 운항중인 항공기에게 항법 정보를 제공하기 위한 Distance Measuring Equipment (DME) 중심의 지상파 항법시스템을 구축하고 있다 (Lo et al. 2010, 2011, FAA 2011, Department of Defense 2019). 영국에서는 해양 환경에서 GNSS를 enhanced LOng RAnge Navigation (eLoran)과 통합하는 방안을 제안하였다 (Williams et al. 2008). 유럽의 European Radio Navigation Plan에서 DME와 Instrument Landing System (ILS)를 GNSS의 백업 시스템으로 운용하는 것을 제안하고 있다 (European Commission 2018). 국내에서는 방위사업청의 지원으로 국방위성항법 특화연구센터에서는 GPS의 정지에 대비하여, Korea Navigation Satellite System (KNSS), eLoran, Loran-C, DME, Very high frequency Omni directional Range (VOR)를 통합한 다중전파측위 융복합시스템에 대한 연구를 수행한 바 있다 (Kim et al. 2018). 다중전파측위 융복합시스템은 국내에서 운용 가능한 모든 신호원을 이용하여 GPS의 불능 시에도 연속적이고 신뢰성 있는 항법 정보를 제공하는 시스템이다. 이외에도 Unmanned Aerial Vehicle(UAV)를 활용한 선박의 백업항법시스템을 제안한 바 있으며, 대체 항법 신호원인 DME의 정확도를

Received May 19, 2020 **Revised** May 30, 2020 **Accepted** Jun 02, 2020
†**Corresponding Author**
E-mail: dhhwang@cnu.ac.kr
Tel: +82-42-821-5670 Fax: +82-42-823-5436
Jae Hoon Son https://orcid.org/0000-0003-1952-2127
Sang Heon Oh https://orcid.org/0000-0003-1357-0742
Dong-Hwan Hwang https://orcid.org/0000-0002-0933-5881

Copyright © The Institute of Positioning, Navigation, and Timing
http://www.ipnt.or.kr Print ISSN: 2288-8187 Online ISSN: 2289-0866

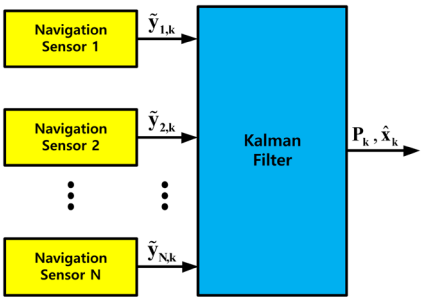

Fig. 1. Centralized Kalman filter structure.

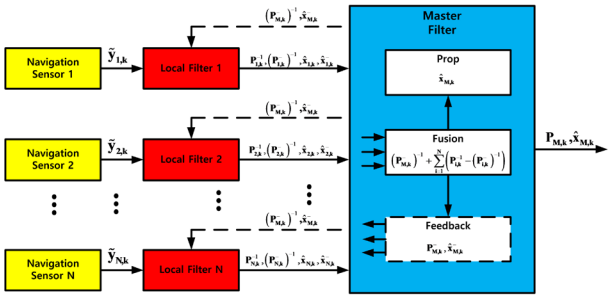

Fig. 2. Decentralized Kalman filter structure.

향상시킨 고급 DME에 대한 연구 결과도 볼 수 있다 (Kim 2018, Park & Son 2019). 일반적으로 항법파라미터를 추정하기 위해서 최소자승법이나 칼만필터를 이용하며, 항체의 동특성이 클 경우에는 칼만필터를 이용하는 것으로 알려져 있다 (Brown & Hwang 1997, Gustafsson et al. 2002, Banachowicz & Wolski 2017). 여러가지 항법 센서를 사용할 경우, 칼만필터에서 측정행렬의 차수가 커지고, 오차 공분산 행렬과 칼만이득 계산 시 연산량이 크게 증가한다. 이러한 문제를 해결하기 위해 Decentralized 칼만필터 와 Federated 칼만필터를 제안하였다 (Carlson 1988, Wei & Schwarz 1990, Gao et al. 1993, Carlson & Berarducci 1994, Jee 1997, Gu & Fang 2009, Edelmayer & Miranda 2011).

본 논문에서는 다중전파측위 융복합시스템을 대상으로 Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터를 설계하고, 성능 평가를 수행한 결과를 제시하고자 한다. Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터는 각 항법시스템별로 측정치를 대상으로 부필터에서 항법 해를 추정하며, 주필터에서는 부필터의 출력으로부터 보상한 추정치를 출력한다. 선형시스템일 경우와 비선형 시스템일 경우의 Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터의 특성을 비교하였으며, 위성항법 시스템인 GPS와 KNSS, 그리고, 지상파항법시스템인 eLoran, Loran-C, DME, VOR로 이루어진 다중전파측위 융복합시스템을 대상으로 Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터의 항법 성능을 평가하였다.

2. KALMAN FILTER-BASED NAVIGATION ALGORITHM

2.1 Kalman Filter for Linear Systems

2.1.1 Centralized Kalman filter

앞으로 본 논문에서는 일반적인 칼만필터를 Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터와 구별하기 위하여 Centralized 칼만필터라고 부르기로 한다. Centralized 칼만필터의 구조는 Fig. 1과 같으며, 모든 측정치를 이용하여 항법 파라미터를 추정한다. 칼만필터 구성을 위한 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (1~2)와 같다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \tag{2}$$

여기서, $\mathbf{x}_k$는 상태변수, $\mathbf{\Phi}_k$는 상태천이행렬, $\mathbf{w}_k$는 시스템 잡음, $\mathbf{y}_k$는 측정치 벡터, $\mathbf{H}_k$는 측정행렬, $\mathbf{v}_k$는 측정치 잡음 벡터이다. 아래첨자 $\mathbf{k}$는 이산시간을 나타낸다.

시간 갱신은 식 (3~4)와 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \tag{3}$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1} + \mathbf{Q}_{k-1} \tag{4}$$

여기서, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$는 $\mathbf{k-1}$시간에서 추정한 상태변수, $\hat{\mathbf{x}}_k^-$는 $\mathbf{k}$시간에서의 사전 추정 상태변수, $\mathbf{P}_{k-1}$은 $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$의 오차 공분산행렬, $\mathbf{P}_k^-$는 $\mathbf{k}$시간에서의 사전 추정 오차 공분산행렬, $\mathbf{Q}_{k-1}$는 $\mathbf{k-1}$시간에서의 시스템 잡음 공분산행렬을 나타낸다.

측정치 갱신은 식 (5~7)과 같다.

$$\mathbf{P}_k^{-1} = \left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k \tag{5}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \tag{6}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \tag{7}$$

여기서, $\mathbf{K}_K$는 칼만이득, $\mathbf{R}_K$는 측정치잡음의 공분산행렬이다.

식 (1~7)을 보면, 측정치의 개수가 늘어나면 측정행렬 $\mathbf{H}_K$의 차수가 커져서 연산량이 크게 증가하는 것을 알 수 있다.

2.1.2 Decentralized Kalman filter

Decentralized 칼만필터의 구조는 Fig. 2와 같으며, 주필터에서 계산한 상태변수와 공분산행렬의 궤환 유무에 따라 no feedback 모드와 feedback 모드로 구분된다 (Brown & Hwang 1997).

부필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (8~9)와 같다.

$$\mathbf{x}_{i,k+1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{x}_{i,k} + \mathbf{w}_k \tag{8}$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \mathbf{H}_{i,k} \mathbf{x}_{i,k} + \mathbf{v}_{i,k} \tag{9}$$

여기서, $\mathbf{x}_{i,k}$는 i번째 부필터의 $\mathbf{k}$번째 시간에서의 상태변수, $\mathbf{y}_{i,k}$는 i

번째 부필터의 k번째 시간에서의 측정치, $\mathbf{H}_{i,k}$는 i번째 부필터의 k번째 시간에서의 측정행렬, $\mathbf{v}_{i,k}$는 i번째 부필터의 k번째 시간에서의 측정치 잡음 벡터를 나타낸다.

주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (10~11)과 같다.

$$\mathbf{x}_{M,k+1} = \mathbf{\Phi}_k \mathbf{x}_{M,k} + \mathbf{w}_k \tag{10}$$

$$\mathbf{y}_{M,k} = \mathbf{H}_{M,k} \mathbf{x}_{M,k} + \mathbf{v}_{M,k} \tag{11}$$

여기서, $\mathbf{x}_{M,k}$는 주필터의 k번째 시간에서의 상태변수, $\mathbf{y}_{M,k}$는 주필터의 k번째 시간에서의 측정치 벡터, $\mathbf{H}_{M,k}$는 주필터의 k번째 시간에서의 측정행렬, $\mathbf{v}_{M,k}$는 주필터의 k번째 시간에서의 측정치 잡음 벡터를 나타낸다.

부필터의 시간갱신은 식 (12~13)과 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^{-} = \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{i,k-1} \tag{12}$$

$$\mathbf{P}_{i,k}^{-} = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{i,k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1}^{T} + \mathbf{Q}_{k-1} \tag{13}$$

여기서, $\mathbf{P}_{i,k}^{-}$는 i번째 부필터의 k번째 시간에서의 사전 추정 오차 공분산행렬, $\mathbf{P}_{i,k-1}$는 $\hat{\mathbf{x}}_{i,k-1}$의 오차 공분산행렬이다. 부필터의 측정치 갱신은 식 (14~16)과 같다.

$$\mathbf{P}_{i,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{i,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{i,k}^{T} \mathbf{R}_{i,k}^{-1} \mathbf{H}_{i,k} \tag{14}$$

$$\mathbf{K}_{i,k} = \mathbf{P}_{i,k} \mathbf{H}_{i,k}^{T} \mathbf{R}_{i,k}^{-1} \tag{15}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,k} = \hat{\mathbf{x}}_{i,k}^{-} + \mathbf{K}_{i,k} \left(\mathbf{y}_{i,k} - \mathbf{H}_{i,k} \hat{\mathbf{x}}_{i,k}^{-}\right) \tag{16}$$

여기서, $\mathbf{R}_{i,k}$는 i번째 부필터의 k번째 시간에서의 측정치 잡음 공분산행렬, $\mathbf{K}_{i,k}$는 i번째 부필터의 k번째 시간에서의 칼만이득을 의미한다.

주필터의 시간 갱신은 식 (17~18)과 같다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} = \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{M,k-1} \tag{17}$$

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-} = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{M,k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1}^{T} + \mathbf{Q}_{k-1} \tag{18}$$

여기서, $\mathbf{P}_{i,k}^{-}$는 주필터의 k번째 시간에서의 사전 추정 오차 공분산행렬, $\mathbf{P}_{M,k-1}$는 $\hat{\mathbf{x}}_{M,k-1}$의 오차 공분산행렬이다. 부필터에서의 상태변수 추정치와 오차 공분산행렬로부터 주필터의 오차 공분산행렬과 상태변수를 식 (19~20)과 같이 추정한다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1} + \left(\mathbf{P}_{1,k}^{-1} - \left(\mathbf{P}_{1,k}^{-}\right)^{-1}\right) + \cdots + \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-1} - \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-}\right)^{-1}\right) \tag{19}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} + \left(\mathbf{P}_{1,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{1,k} - \left(\mathbf{P}_{1,k}^{-}\right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{1,k}^{-}\right) + \cdots + \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{N,k} - \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-}\right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{N,k}^{-}\right)\right] \tag{20}$$

주필터에서 상태변수와 오차 공분산행렬을 추정한 후, 다음 이산시간에서 부필터는 모드에 따라 다르게 동작한다. no feedback 모드에서는 부필터는 항법 해를 추정하기 위하여 주필터의 추정치를 이용하지 않으며, feedback 모드에서는 주필터에서 궤환한 값인 $\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-}$와 $(\mathbf{P}_{M,k}^{-})^{-1}$를 이용하여 항법 해를 추정한다.

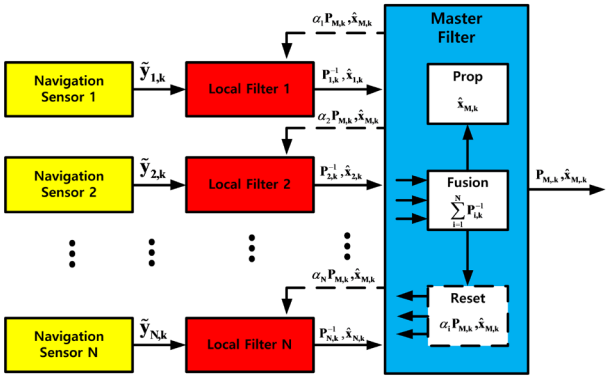

Fig. 3. Federated Kalman filter structure.

2.1.3 Federated Kalman filter

Federated 칼만필터의 구조는 Fig. 3과 같다. Decentralized 칼만필터와 마찬가지로 주필터에서 부필터의 항법 해로부터 항법 해를 계산한다.

부필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (8~9)와 같으며, 주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (10~11)과 같다. 부필터의 시간 갱신은 식 (12~13), 측정치 갱신은 식 (14~16)과 같다. Decentralized 칼만필터와 유사하게 Federated 칼만필터도 주필터의 추정 항법 해를 부필터에 궤환하지 않는 No Reset (NR) 모드, 주필터의 추정 항법 해를 궤환하는 Fusion Reset (FR) 모드, 부필터에서 설정한 초기 오차 공분산행렬을 이용하는 Zero Reset (ZR) 모드로 나뉜다. ZR 모드에서는 부필터의 항법 해 출력율이 서로 다를 경우, 주필터의 사전 추정치와 부필터의 추정치를 이용하여 항법 해를 추정하는데, 본 논문에서는 서술의 편의상 모든 부필터의 출력율이 같다고 하였다.

NR 모드와 FR 모드의 주필터의 항법 해 계산 식은 식 (21~22)와 같다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \mathbf{P}_{1,k}^{-1} + \cdots + \mathbf{P}_{N,k}^{-1} \tag{21}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\mathbf{P}_{1,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{1,k} + \cdots + \mathbf{P}_{N,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{N,k}\right] \tag{22}$$

ZR 모드에서는 주필터의 시간갱신은 식 (17~18)과 같으며, 항법 해 계산 식은 식 (23~24)와 같다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{P}_{1,k}^{-1} + \cdots + \mathbf{P}_{N,k}^{-1} \tag{23}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} + \mathbf{P}_{1,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{1,k} + \cdots + \mathbf{P}_{N,k}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{N,k}\right] \tag{24}$$

NR 모드와 FR 모드에서는 부필터의 초기치는 정보량 분배의 법칙(information sharing methodology)에 따라 설정하는데, 식 (25~27)과 같다.

$$\mathbf{P}_{i,0} = \alpha_i \mathbf{P}_0 \quad (\mathbf{i=1,\cdots,N}) \tag{25}$$

$$\mathbf{Q}_{i,k} = \alpha_i \mathbf{Q}_k \quad (\mathbf{i=1,\cdots,N}) \tag{26}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,0} = \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (\mathbf{i=1,\cdots,N}) \tag{27}$$

여기서, α_i는 i번째 부필터의 정보량 분배 계수이며, 식 (28)과 같이 역수의 합이 1이 되도록 설정한다.

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\alpha_i} = 1 \tag{28}$$

ZR 모드에서 부필터의 초기치는 식 (25~27)과 같으며, 주필터의 초기치는 식 (29~31)과 같다.

$$\mathbf{P}_{M,0} = \alpha_M \mathbf{P}_0 \tag{29}$$

$$\mathbf{Q}_{M,k} = \alpha_M \mathbf{Q}_k \tag{30}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,0} = \hat{\mathbf{x}}_0 \tag{31}$$

여기서, α_M는 주필터의 정보량 분배 계수이며, 식 (32)와 같이 설정한다.

$$\frac{1}{\alpha_M} + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\alpha_i} = 1 \tag{32}$$

주필터에서 항법 해를 추정한 후, NR 모드에서는 다음 이산시간에서 부필터에서 주필터의 추정치를 이용하지 않으며, FR 모드에서는 식 (33~34)와 같이 부필터에서 주필터의 추정치를 이용한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{i,k} = \hat{\mathbf{x}}_{M,k} \quad (\mathbf{i = 1,\cdots,N}) \tag{33}$$

$$\mathbf{P}_{i,k} = \alpha_i \mathbf{P}_{M,k} \quad (\mathbf{i = 1,\cdots,N}) \tag{34}$$

ZR 모드에서는 식 (35)와 같이 부필터에서 초기에 설정한 오차 공분산행렬을 다음 시간의 상태변수 추정에 사용한다.

$$\mathbf{P}_{i,k} = \mathbf{P}_{i,0} \quad (\mathbf{i = 1,\cdots,N}) \tag{35}$$

주 1. 식 (19~20)을 보면, Decentralized 칼만필터에서 부필터는 주필터에 $\mathbf{P}_{i,k}^{-1}$, $\hat{\mathbf{x}}_{i,k}$,$(\mathbf{P}_{i,k}^{-})^{-1}$,$\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^{-}$을 전달하며, 식 (21~22)를 보면, Federated 칼만필터에서 부필터는 주필터에 $\mathbf{P}_{i,k}^{-1}$, $\hat{\mathbf{x}}_{i,k}$을 전달한다. 따라서, Decentralized 칼만필터에 비해 Federated 칼만필터는 주필터와 부필터 간에 전달되는 데이터 양이 적으며, Federated 칼만필터의 주필터의 연산식이 더 간단함을 알 수 있다.

주 2. Decentralized 칼만필터에서 식 (16)으로부터 식 (36)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{i,k}^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{i,k} = \left(\mathbf{P}_{i,k}^{-}\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{i,k}^{-} + \mathbf{H}_{i,k}^{T}\mathbf{R}_{i,k}^{-1}\mathbf{y}_{i,k} \quad (\mathbf{i = 1,\cdots,N}) \tag{36}$$

식 (14)를 식 (19)에 대입하여 식 (37)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{1,k}^{T}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{H}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^{T}\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{H}_{N,k} \tag{37}$$

마찬가지로, 식 (36)을 식 (20)에 대입하면 식 (38)을 얻는다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} + \mathbf{H}_{1,k}^{T}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{y}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^{T}\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{y}_{N,k}\right] \tag{38}$$

Decentralized 칼만필터의 feedback 모드에서는 주필터에서 추정한 항법 해를 부필터에서 이용하므로 식 (39~40)이 성립한다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-} = \mathbf{P}_{1,k}^{-} = \cdots = \mathbf{P}_{N,k}^{-} \tag{39}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} = \hat{\mathbf{x}}_{1,k}^{-} = \cdots = \hat{\mathbf{x}}_{N,k}^{-} \tag{40}$$

식 (14)와 식 (39)를 이용하면, 식 (41)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{i,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right) + \mathbf{H}_{i,k}\mathbf{R}_{i,k}^{-1}\mathbf{H}_{i,k} \quad (\mathbf{i = 1, \quad ,N}) \tag{41}$$

그리고, 식 (36)과 식 (39), 식 (40)을 이용하면, 식 (42)를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{i,k}^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{i,k} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^{-}\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-} + \mathbf{H}_{i,k}^{T}\mathbf{R}_{i,k}^{-1}\mathbf{y}_{i,k} \quad (\mathbf{i = 1,\cdots,N}) \tag{42}$$

Feedback 모드로 구동할 경우, 식 (14)와 식 (41), 식 (36)과 식 (42)를 비교하면 부필터의 항법 해 추정 시에 주필터의 보정된 $\mathbf{P}_{M,k}^{-}$와 $\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^{-}$를 사용하기 때문에 no feedback 모드보다 정확한 결과를 얻을 수 있다.

주 3. Federated 칼만필터의 식 (21)에서 식 (14)를 이용하여 식 (43)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{1,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{1,k}^{T}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{H}_{1,k} + \cdots + \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{N,k}^{T}\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{H}_{N,k} \tag{43}$$

식 (22)에서 식 (36)을 이용하면, 식 (44)를 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\left(\mathbf{P}_{1,k}^{-}\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{1,k}^{-} + \cdots + \left(\mathbf{P}_{N,k}^{-}\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{N,k}^{-} + \mathbf{H}_{1,k}^{T}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{y}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^{T}\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{y}_{N,k}\right] \tag{44}$$

Federated 칼만필터의 FR 모드에서는 주필터에서 추정한 항법 해를 부필터에 궤환하므로 식 (45~46)이 성립한다.

$$\mathbf{P}_{1,k}^{-} = \cdots = \mathbf{P}_{N,k}^{-} \tag{45}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{1,k}^{-} = \cdots = \hat{\mathbf{x}}_{N,k}^{-} \tag{46}$$

식 (43)에서 식 (45)를 이용하면, 식 (47)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_{M,k}^{-1} = \mathbf{N}\left(\mathbf{P}_{N,k}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{1,k}^{T}\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{H}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^{T}\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{H}_{N,k} \tag{47}$$

식 (13)과 식 (26), 식 (34)를 이용하면, 식 (48)을 얻을 수 있다.

$$\alpha_N \mathbf{P}_{M,k}^- = \alpha_N \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{M,k-1} \mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \alpha_N \mathbf{Q}_{k-1} \tag{48}$$

식 (13)과 식 (48)을 비교하면 식 (49)가 성립하며, α_N=**N** 이라고 두면, 식 (50)이 성립한다.

$$\alpha_N \mathbf{P}_{M,k}^- = \mathbf{P}_{N,k}^- \tag{49}$$

$$\mathbf{N}\left(\mathbf{P}_{N,k}^-\right)^{-1} = \left(\mathbf{P}_{M,k}^-\right)^{-1} \tag{50}$$

식 (44)에서 식 (45)와 식 (46)을 이용하면, 식 (51)을 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k} = \mathbf{P}_{M,k}\left[\mathbf{N}\left(\mathbf{P}_{N,k}^-\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_{N,k}^- + \mathbf{H}_{1,k}^T\mathbf{R}_{1,k}^{-1}\mathbf{y}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^T\mathbf{R}_{N,k}^{-1}\mathbf{y}_{N,k}\right] \tag{51}$$

식 (12)와 식 (33)을 이용하면, 식 (52)를 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^- = \mathbf{\Phi}_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{M,k-1} \tag{52}$$

식 (12)와 식 (51)을 비교하면, 식 (53)이 성립한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{N,k}^- = \hat{\mathbf{x}}_{M,k}^- \tag{53}$$

Federated 칼만필터의 FR 모드에서 α_N=**N**으로 두면 식 (43)은 식 (37), 식 (44)는 식 (38)과 같아진다. 따라서, Decentralized 칼만필터의 feedback 모드와 Federated 칼만필터의 FR 모드는 같은 식인 것을 알 수 있다. 또한, Federated 칼만필터에서 FR 모드로 구동할 경우 주필터의 $\mathbf{P}_{M,k}^-$와 $\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^-$를 사용하기 때문에 NR 모드보다 정확한 결과가 나올 것을 예상할 수 있다.

주 4. Centralized 칼만필터의 식 (7)로부터 식 (54)를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P}_k^{-1}\hat{\mathbf{x}}_k = \left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{H}_k^T\mathbf{R}_k^{-1}\mathbf{y}_k \tag{54}$$

Centralized 칼만필터의 오차 공분산행렬의 역행렬은 식 (55)와 같이 두었다.

$$\mathbf{R}_k^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,k} & \cdots & \mathbf{R}_{1\text{-}N,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{N\text{-}1,k} & \cdots & \mathbf{R}_{N,k} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{1\text{-}N,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N\text{-}1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{N,k} \end{bmatrix} \tag{55}$$

여기서, $\mathbf{R}_k^{-1}$의 대각에 있는 $\mathbf{R}_{i,k}$(**i=1**, …, **N**)는 i번째 부필터의 측정치 잡음 공분산행렬이며, 나머지는 측정치 간의 상관관계를 나타내는 행렬이다. 식 (55)를 이용하여 식 (5)로부터 식 (56)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_k^{-1} &= \left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1} + \begin{bmatrix}\mathbf{H}_{1,k}^T & \cdots & \mathbf{H}_{N,k}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{1\text{-}N,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N\text{-}1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{N,k} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{H}_{1,k} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{N,k}\end{bmatrix} \\ &= \left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1} + \mathbf{H}_{1,k}^T\mathbf{A}_{1,k}\mathbf{H}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{1,k}^T\mathbf{A}_{1\text{-}N,k}\mathbf{H}_{1,k} + \cdots \\ &\quad + \mathbf{H}_{N,k}^T\mathbf{A}_{N\text{-}1,k}\mathbf{H}_{N,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^T\mathbf{A}_{N,k}\mathbf{H}_{N,k}\end{aligned} \tag{56}$$

식 (55)를 이용하여 식 (54)로부터 식 (57)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k &= \mathbf{P}_k\left[\left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_k^- + \begin{bmatrix}\mathbf{H}_{1,k}^T & \cdots & \mathbf{H}_{N,k}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{1\text{-}N,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{N\text{-}1,k} & \cdots & \mathbf{A}_{N,k} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}_{1,k} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{N,k}\end{bmatrix}\right] \\ &= \mathbf{P}_k\left[\left(\mathbf{P}_k^-\right)^{-1}\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{H}_{1,k}^T\mathbf{A}_{1,k}\mathbf{y}_{1,k} + \cdots + \mathbf{H}_{1,k}^T\mathbf{A}_{1\text{-}N,k}\mathbf{y}_{1,k} + \cdots \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{H}_{N,k}^T\mathbf{A}_{N\text{-}1,k}\mathbf{y}_{N,k} + \cdots + \mathbf{H}_{N,k}^T\mathbf{A}_{N,k}\mathbf{y}_{N,k}\right]\end{aligned} \tag{57}$$

상태변수 추정치인 식 (57), 식 (38), 식 (44)와 오차 공분산행렬의 역행렬인 식 (56), 식 (37), 식 (43)을 비교하면, Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터는 정보 손실이 발생하므로, Centralized 칼만필터에 비하여 부정확한 항법 추정치를 제공한다.

Centralized 칼만필터, Decentralized 칼만필터, Federated 칼만필터 중 Centralized 칼만필터가 가장 정확한 항법 해를 제공하는 것을 알 수 있으며, Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터는 주필터의 항법 해를 부필터에 궤환하고, 부필터에 입력된 측정치 간의 상관관계가 없는 경우에만, Centralized 칼만필터와 유사한 정확도를 가지는 항법 해를 얻을 수 있다. 그리고, Decentralized 칼만필터의 no feedback 모드에서 식 (37~38)과 Federated 칼만필터의 NR 모드에서 식 (43~44)를 비교하면, Decentralized 칼만필터는 주필터의 $\mathbf{P}_{M,k}^-$와 $\hat{\mathbf{x}}_{M,k}^-$를 사용하여 항법 해를 추정하므로, Federated 칼만필터 보다 더 정확한 결과를 얻을 것으로 예상할 수 있다.

2.2 Kalman Filter for Nonlinear Systems

2.2.1 Centralized Kalman filter

추정할 대상이 비선형이면 Extended 칼만필터를 이용하여 항법 해를 추정한다. 비선형 시스템의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (58~59)와 같다고 하자.

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \tag{58}$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \tag{59}$$

여기서, f는 비선형 상태천이함수이며, h는 비선형 측정함수를 나타낸다.

시간 갱신은 식 (60~63)과 같다.

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} = \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right|_{x=\hat{x}_{k-1}} \tag{60}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1}\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \tag{61}$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{\Phi}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \tag{62}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-2} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \tag{63}$$

여기서, $\Delta\hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-2} - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ 이다.

측정치 갱신은 식 (64~68)과 같다.

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}} = \left.\frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-}} \tag{64}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{\mathbf{k}}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_{\mathbf{k}}^{-1}\mathbf{H}_{\mathbf{k}} \tag{65}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{k}} = \mathbf{P}_{\mathbf{k}}\mathbf{H}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_{\mathbf{k}}^{-1} \tag{66}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-} + \mathbf{K}_{\mathbf{k}}\left(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{k}} - h(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{-})\right) \tag{67}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k-1}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} \tag{68}$$

2.2.2 Decentralized Kalman filter

비선형시스템의 Decentralized 칼만필터는 주필터와 부필터에서 Extended 칼만필터를 이용하여 항법 해를 추정한다. 부필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (69~70)과 같다.

$$\mathbf{x}_{\mathbf{i,k+1}} = f(\mathbf{x}_{\mathbf{i,k}}) + \mathbf{w}_{\mathbf{i,k}} \quad (\mathbf{i} = \mathbf{1}, \cdots, \mathbf{N}) \tag{69}$$

$$\mathbf{y}_{\mathbf{i,k}} = h(\mathbf{x}_{\mathbf{i,k}}) + \mathbf{v}_{\mathbf{i,k}} \quad (\mathbf{i} = \mathbf{1}, \cdots, \mathbf{N}) \tag{70}$$

주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (71~72)와 같다.

$$\mathbf{x}_{\mathbf{M,k+1}} = f(\mathbf{x}_{\mathbf{M,k}}) + \mathbf{w}_{\mathbf{M,k}} \tag{71}$$

$$\mathbf{y}_{\mathbf{M,k}} = h(\mathbf{x}_{\mathbf{M,k}}) + \mathbf{v}_{\mathbf{M,k}} \tag{72}$$

부필터의 시간 갱신은 식 (73~76)과 같다.

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{i,k-1}} = \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k-1}}} \tag{73}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{i,k-1}}\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k-1}} \tag{74}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{i,k}}^{-} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{i,k-1}}\mathbf{P}_{\mathbf{i,k-1}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{i,k-1}}^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{i,k-1}} \tag{75}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k-1}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-} \tag{76}$$

부필터의 측정치 갱신은 식 (77~81)과 같다.

$$\mathbf{H}_{\mathbf{i,k}} = \left.\frac{\partial h_i}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-}} \tag{77}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{i,k}}^{-1} = \left(\mathbf{P}_{\mathbf{i,k}}^{-}\right)^{-1} + \mathbf{H}_{\mathbf{i,k}}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_{\mathbf{i,k}}^{-1}\mathbf{H}_{\mathbf{i,k}} \tag{78}$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{i,k}} = \mathbf{P}_{\mathbf{i,k}}\mathbf{H}_{\mathbf{i,k}}^{\mathbf{T}}\mathbf{R}_{\mathbf{i,k}}^{-1} \tag{79}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}} = \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-} + \mathbf{K}_{\mathbf{i,k}}\left(\tilde{\mathbf{y}}_{\mathbf{i,k}} - h(\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}}^{-})\right) \tag{80}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k-1}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{i,k}} \tag{81}$$

주필터의 시간 갱신은 식 (82~85)와 같다.

$$\mathbf{\Phi}_{\mathbf{M,k-1}} = \left.\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k-1}}} \tag{82}$$

$$\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k}}^{-} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{M,k-1}}\Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k-1}} \tag{83}$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{M,k}}^{-} = \mathbf{\Phi}_{\mathbf{M,k-1}}\mathbf{P}_{\mathbf{M,k-1}}\mathbf{\Phi}_{\mathbf{M,k-1}}^{\mathbf{T}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{M,k-1}} \tag{84}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k}}^{-} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k-1}} + \Delta\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{M,k}}^{-} \tag{85}$$

마지막으로, 식 (19~20)을 이용하여 주필터에서 상태변수 추정치와 오차 공분산행렬을 출력한다.

2.2.3 Federated Kalman filter

비선형 시스템의 Federated 칼만필터도 Decentralized 칼만필터와 마찬가지로 주필터와 부필터에서 Extended 칼만필터를 이용하여 항법 해를 추정한다. 부필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (69~70), 주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (71~72)와 같다. NR 모드와 FR 모드에서는 부필터의 시간 갱신은 식 (73~76), 측정치 갱신은 식 (77~81) 과 같다. 주필터의 항법 해 계산 식은 식 (21~22)와 같다. 부필터의 초기치는 식 (25~27)와 같으며, 식 (28)을 만족하도록 설정한다. ZR 모드에서는 부필터의 시간 갱신은 식 (73~76), 측정치 갱신은 식 (77~81), 주필터의 시간갱신은 식 (82~85)와 같다. 주필터의 항법 해 계산 식은 식 (23~24)와 같다. 부필터의 초기치는 식 (25~27), 주필터의 초기치는 식 (29~31)과 같다. 부필터와 주필터의 초기치는 모두 식 (28)과 식 (32)를 만족하도록 설정한다.

2.3 Kalman Filter for Multi-Radio Integrated Navigation System

다중전파측위 융복합시스템은 위성항법시스템인 GPS, KNSS와 지상파항법시스템인 eLoran, Loran-C, DME, VOR로 구성되어 있다. GPS, KNSS, eLoran은 Time Of Arrival 방식으로 최소 4개 이상의 신호원으로부터 항체의 위치를 추정한다. Loran-C는 Time Difference Of Arrival 방식으로 Loran-C 송신기 체인을 이용하여 항체의 위치를 추정한다. Loran-C 송신기 체인은 하나의 주국(Master station)과 여러 개의 종국(Slave station)으로 이루어지며, 3개의 기지국 (Station)이 하나의 체인을 구성한다. DME는 3개 기지국의 양방향 거리 측정(Two-way ranging) 결과로부터 항체의 위치를 추정한다. VOR은 Angle of Arrival 방식으로 DME와 같이 운용한다. 다중전파측위 융복합 시스템은 상황에 따라 가용한 모든 항법 신호원을 통합하여 운용하며, 항법 결과가 사용자 요구 성능을 만족하지 못하면, 지상파 항법 신호원이나 의사위성을 추가로 배치하여 항법 성능을 높인다 (Kim et al. 2019).

2.3.1 Centralized Kalman filter for multi-radio integrated navigation system

연속시간에서 나타낸 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (86~87)과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{w} \tag{86}$$

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \tag{87}$$

여기서, **F**는 시스템 행렬이며, **x**는 상태변수, **w**는 시스템 잡음, **y**는 측정치, **v**는 측정치 잡음을 나타낸다. 운동모델은 항체의 운동에 따라 결정할 수 있다 (Farrell & Barth 1999, Bar-Shalom et al. 2001).

항체가 정지해 있는 경우, 상태변수와 시스템 행렬은 각각 식 (88~89)와 같다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_p & y_p & z_p & b_G & d_G & b_K & d_K & b_e & d_e \end{bmatrix}^T \tag{88}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \tag{89}$$

여기서, x_p, y_p, z_p는 Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF) 좌표계에서 나타낸 항체의 위치, x_v, y_v, z_v는 ECEF 좌표계에서 나타낸 항체의 속도, x_p, y_p, z_p는GPS의 clock offset, b_K는 KNSS의 clock offset, b_e는 eLoran의 clock offset, d_G는 GPS의 clock drift, d_K는 KNSS의 clock drift, d_e는 eLoran의 clock drift을 의미한다.

항체가 등속도 운동을 할 경우, 상태변수와 시스템 행렬은 각각 식 (90~91)과 같다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_p & y_p & z_p & x_v & y_v & z_v & b_G & d_G & b_K & d_K & b_e & d_e \end{bmatrix}^T \tag{90}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \tag{91}$$

위에서 식 (89)와 식 (91)로 나타낸 운동 방정식을 이산시간에서 나타내면, 각각 식 (92~93)과 같다.

$$\mathbf{\Phi}_k = \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&\Delta t&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&\Delta t&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&\Delta t \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \tag{92}$$

$$\mathbf{\Phi}_k = \begin{bmatrix} 1&0&0&\Delta t&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&\Delta t&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&\Delta t&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&1&\Delta t&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&\Delta t&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&\Delta t \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} \tag{93}$$

여기서, Δt는 샘플링 간격을 의미한다.

시간 갱신은 식 (60~63)과 같으며, 측정치 갱신은 식 (64~68)과 같다.

2.3.2 Decentralized Kalman filter for multi-radio integrated navigation system

이산시간에서 나타낸 부필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (8)과 식 (70)과 같으며, 주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (10)과 식 (72)와 같다. 부필터는 각각 GPS, KNSS, eLoran, Loran-C, DME, DME/VOR 로 구성되며, 부필터의 시간 갱신은 식 (73~76), 측정치 갱신은 식 (77~81)와 같다. 주필터의 시간 갱신은 식 (82~85)와 같으며, 식 (19~20)를 이용하여 주필터에서 항법 해를 추정한다. Decentralized 칼만필터에서 정지 모델을 사용하면 부필터와 주필터의 상태천이행렬은 식 (92)와 같으며, 등속도 운동 모델을 사용하면 부필터와 주필터의 상태천이행렬은 식 (93)과 같다.

2.3.3 Federated Kalman filter for multi-radio integrated navigation system

Federated 칼만필터도 Decentralized 칼만필터와 마찬가지로 부필터의 구성이 같다. 주필터의 상태방정식과 출력방정식은 각각 식 (10)과 식 (72)와 같다. NR 모드와 FR 모드에서는 부필터의 초기치는 식 (94~96)과 같으며, α_i는 식 (28)을 만족하도록 설정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{GPS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{KNSS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{eLoran,0} = \hat{\mathbf{x}}_{Loran\text{-}C,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME/VOR,0} = \hat{\mathbf{x}}_0 \tag{94}$$

$$\mathbf{P}_{GPS,0} = \mathbf{P}_{KNSS,0} = \mathbf{P}_{eLoran,0} = \mathbf{P}_{Loran\text{-}C,0} = \mathbf{P}_{DME,0} = \mathbf{P}_{DME/VOR,0} = \alpha_i \mathbf{P}_0 \tag{95}$$

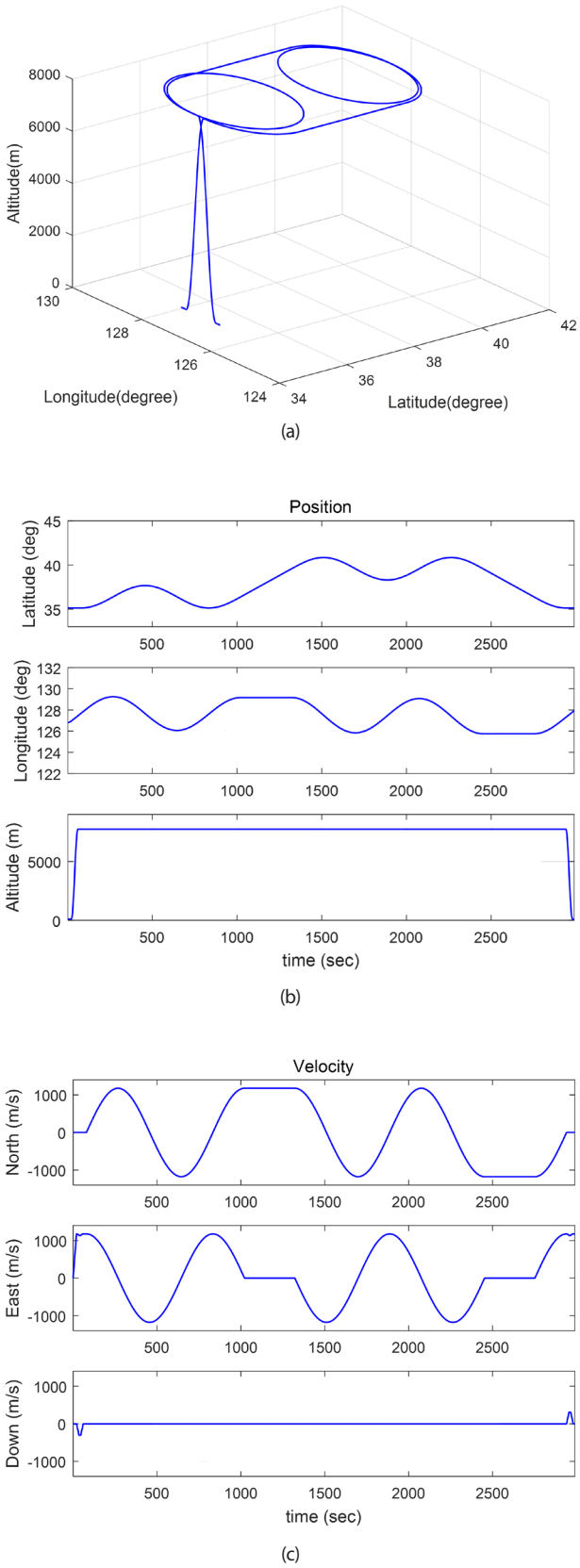

Fig. 4. (a) Reference trajectory, (b) position of reference trajectory, (c) velocity of reference trajectory.

Table 1. Measurement error of navigation system.

Navigation system	Measurement error(1σ)
GPS	3 m, 0.1 m/s
KNSS	10 m, 0.1 m/s
eLoran	10 m, 0.1 m/s
Loran-C	100 m
DME	340 m
VOR	1.5°

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{GPS,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{KNSS,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{eLoran,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{Loran\text{-}C,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{DME,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{DME/VOR,k}} = \alpha_{\mathrm{i}}\mathbf{Q}_{\mathrm{k}} \quad (96)$$

부필터의 초기치 설정이 끝나면, 식 (73~81)를 이용하여 부필터의 항법 해를 추정하고, 주필터에서는 식 (21~22)를 이용하여 보정된 항법 해를 출력한다.

ZR 모드일 경우 부필터의 초기치는 식 (97~99), 주필터의 초기치는 식 (100~102)와 같으며, α_{i}와 α_{M}는 식 (32)를 만족하도록 설정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{GPS,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{KNSS,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{eLoran,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{Loran\text{-}C,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{DME,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{DME/VOR,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}} \quad (97)$$

$$\mathbf{P}_{\mathrm{GPS,0}} = \mathbf{P}_{\mathrm{KNSS,0}} = \mathbf{P}_{\mathrm{eLoran,0}} = \mathbf{P}_{\mathrm{Loran\text{-}C,0}} = \mathbf{P}_{\mathrm{DME,0}} = \mathbf{P}_{\mathrm{DME/VOR,0}} = \alpha_{\mathrm{i}}\mathbf{P}_{\mathbf{0}} \quad (98)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{GPS,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{KNSS,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{eLoran,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{Loran\text{-}C,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{DME,k}} = \mathbf{Q}_{\mathrm{DME/VOR,k}} = \alpha_{\mathrm{i}}\mathbf{Q}_{\mathrm{k}} \quad (99)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{M,0}} = \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}} \quad (100)$$

$$\mathbf{P}_{\mathrm{M,0}} = \alpha_{\mathrm{M}}\mathbf{P}_{\mathbf{0}} \quad (101)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{M,k}} = \alpha_{\mathrm{M}}\mathbf{Q}_{\mathrm{k}} \quad (102)$$

부필터와 주필터의 초기치 설정이 끝나면, 부필터에서는 식 (73~81)을 이용하여 항법 해를 추정하고, 주필터에서는 식 (82~85)과 식 (23~24)를 이용하여 보정된 항법 해를 출력한다. 정지 모델과 등속도 운동 모델을 사용할 경우의 주필터와 부필터의 상태천이행렬은 각각 식 (92~93)과 같다.

3. PERFORMANCE EVALUATION

정지 모델과 등속도 운동 모델을 이용하여 Centralized 칼만필터, Decentralized 칼만필터, Federated 칼만필터를 설계하고, Monte-Carlo 시뮬레이션 30회를 수행하고, 각각의 항법 결과를 비교하였다. 항체의 운동 궤적은 Fig. 4a와 같으며, 시간에 따른 위치를 Fig. 4b, 속도를 Fig. 4c에 나타내었다.

각 항법 시스템의 오차 특성을 Table 1에 나타내었다. GPS의 측정치는 12개, KNSS측정치는 7개, eLoran 측정치는 5개, Loran-C 측정치는 4개, DME 측정치는 5개, VOR측정치는 5개라고 하였으며, 측정방정식은 Table 2에 나타내었다.

Table 2에서 $y_{\mathrm{PRi,k}}$와 $y_{\mathrm{PRRi,k}}$는 각각 i번째 GPS 위성의 의사거리와 의사거리 변화율, $y_{\mathrm{KPRi,k}}$와 $y_{\mathrm{KPRRi,k}}$는 각각 i번째 KNSS 위성의 의사거리와 의사거리 변화율, $y_{\mathrm{EPRi,k}}$와 $y_{\mathrm{EPRRi,k}}$는 i번째 eLoran

Table 2. Measurement equation of multi-radio integrated navigation system.

Navigation system	Measurement equation
GPS	$y_{\mathrm{PRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{spi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{spi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2} + b_{\mathrm{G,k}} + v_{\mathrm{PRi,k}}$ $y_{\mathrm{PRRi,k}} = \dfrac{(x_{\mathrm{svi,k}} - x_{\mathrm{v,k}})(x_{\mathrm{spi,k}} - x_{\mathrm{p,k}}) + (y_{\mathrm{svi,k}} - y_{\mathrm{v,k}})(y_{\mathrm{spi,k}} - y_{\mathrm{p,k}}) + (z_{\mathrm{svi,k}} - z_{\mathrm{v,k}})(z_{\mathrm{spi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{spi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{spi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2}} + d_{\mathrm{G,k}} + v_{\mathrm{PRRi,k}}$ $(\mathbf{i} = 1,\ldots,\mathbf{12})$
KNSS	$y_{\mathrm{KPRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{kpi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{kpi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2} + b_{\mathrm{K,k}} + v_{\mathrm{KPRi,k}}$ $y_{\mathrm{KPRRi,k}} = \dfrac{(x_{\mathrm{kvi,k}} - x_{\mathrm{v,k}})(x_{\mathrm{kpi,k}} - x_{\mathrm{p,k}}) + (y_{\mathrm{kvi,k}} - y_{\mathrm{v,k}})(y_{\mathrm{kpi,k}} - y_{\mathrm{p,k}}) + (z_{\mathrm{kvi,k}} - z_{\mathrm{v,k}})(z_{\mathrm{kpi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{kpi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{kpi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2}} + d_{\mathrm{K,k}} + v_{\mathrm{KPRRi,k}}$ $(\mathbf{i} = 1,\ldots,7)$
eLoran	$y_{\mathrm{EPRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{epi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{epi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2} + b_{\mathrm{e,k}} + v_{\mathrm{epi,k}}$ $y_{\mathrm{EPRRi,k}} = \dfrac{-x_{\mathrm{v,k}}(x_{\mathrm{epi,k}} - x_{\mathrm{p,k}}) - y_{\mathrm{v,k}}(y_{\mathrm{epi,k}} - y_{\mathrm{p,k}}) - z_{\mathrm{v,k}}(z_{\mathrm{epi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{epi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{epi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2}} + d_{\mathrm{e,k}} + v_{\mathrm{evi,k}}$ $(\mathbf{i} = 1,\ldots,5)$
Loran-C	$y_{\mathrm{LPRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{ssi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{ssi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2}$ $-\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{ms,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{ms,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2} + v_{\mathrm{LPRi,k}}$ $(\mathbf{i} = 1,\ldots,5)$
DME	$y_{\mathrm{SRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{DSTi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2 + (z_{\mathrm{DSTi,k}} - z_{\mathrm{p,k}})^2} + v_{\mathrm{SRi,k}}$ $(\mathbf{i} = 1,\ldots,5)$
DME/VOR	$y_{\mathrm{TSRi,k}} = \sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}} - x_{\mathrm{p,k}})^2 + (y_{\mathrm{DSTi,k}} - y_{\mathrm{p,k}})^2} + v_{\mathrm{TSRi,k}}$ $y_{\mathrm{AGi,k}} = \dfrac{\pi}{2} + \tan\left(\dfrac{x_{\mathrm{VSTi,k}} - x_{\mathrm{p,k}}}{y_{\mathrm{VSTi,k}} - y_{\mathrm{p,k}}}\right)^{-1} + v_{\mathrm{AGi,k}} \quad (x_{\mathrm{VSTi,k}} < x_{\mathrm{p,k}}) \quad (\mathbf{i} = 1,\ldots,5)$ $= \dfrac{3}{2}\pi + \tan\left(\dfrac{x_{\mathrm{VSTi,k}} - x_{\mathrm{p,k}}}{y_{\mathrm{VSTi,k}} - y_{\mathrm{p,k}}}\right)^{-1} + v_{\mathrm{AGi,k}} \quad (x_{\mathrm{VSTi,k}} > x_{\mathrm{p,k}})$

기지국의 의사거리와 의사거리 변화율, $y_{\mathrm{LPRi,k}}$는 Loran-C의 i번째 종국과 주국의 의사거리 차이, $y_{\mathrm{SRi,k}}$는 i번째 DME의 경사거리, $y_{\mathrm{TSRi,k}}$는 DME/VOR에서 측정하는 i번째 DME의 경사거리, $y_{\mathrm{AGi,k}}$는 i번째 VOR의 각도 측정치를 의미한다. $x_{\mathrm{spi,k}}$, $y_{\mathrm{spi,k}}$, $z_{\mathrm{spi,k}}$와 $x_{\mathrm{svi,k}}$, $y_{\mathrm{svi,k}}$, $z_{\mathrm{svi,k}}$는 각각 i번째 GPS 위성의 위치와 속도, $x_{\mathrm{kpi,k}}$, $y_{\mathrm{kpi,k}}$, $z_{\mathrm{kpi,k}}$와 $x_{\mathrm{kvi,k}}$, $y_{\mathrm{kvi,k}}$, $z_{\mathrm{kvi,k}}$는 i번째 KNSS위성의 위치와 속도, $x_{\mathrm{epi,k}}$, $y_{\mathrm{epi,k}}$, $z_{\mathrm{epi,k}}$는 i번째 eLoran기지국의 위치, $x_{\mathrm{ssi,k}}$, $y_{\mathrm{ssi,k}}$, $z_{\mathrm{ssi,k}}$는 i번째 종국의 위치, $x_{\mathrm{msi,k}}$, $y_{\mathrm{msi,k}}$, $z_{\mathrm{msi,k}}$는 주국의 위치, $x_{\mathrm{DSTi,k}}$, $y_{\mathrm{DSTi,k}}$, $z_{\mathrm{DSTi,k}}$는 i번째 DME 기지국의 위치, $x_{\mathrm{VSTi,k}}$, $y_{\mathrm{VSTi,k}}$는 i번째 VOR 기지국의 위치를 의미한다. VOR은 항체의 위치에 따라 다른 각도 측정치를 출력한다. v는 평균이 0인 화이트 가우시안 잡음을 의미하며, 아래첨자는 항법신호원과 각각의 측정치를 의미한다.

정지 모델일 경우의 측정행렬은 Table 3과 같으며, 등속도 운동 모델일 경우의 측정행렬은 Table 4와 같다.

Centralized 칼만필터의 측정행렬은 식 (103)과 같다.

$$\begin{aligned}\mathbf{H_k} = \big[&\mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{PR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{PR12,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{PRR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{PRR12,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{KPR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{KPR7,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{KPRR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{KPRR7,k}}, \\ &\mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{EPR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{EPR5,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{EPRR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{EPRR5,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{LPR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{LPR4,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{SR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{SR5,k}}, \\ &\mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{2SR1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{2SR5,k}}, \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{AG1,k}} \ldots \mathbf{H}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{AG5,k}}\big]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{103}$$

정지 모델을 사용하는 경우, Centralized 칼만필터의 오차 공분산행렬의 초기값, 상태변수의 초기값, 시스템 잡음 공분산행렬, 측정잡음 공분산행렬은 아래와 같이 설정하였다.

$$\mathbf{P_0} = \mathbf{diag}(1000^2, 1000^2, 1000^2, 10^2, 5^2, 10^2, 5^2, 10^2, 5^2)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{0}} = \big[&-3129702.6948,\ \ 4180682.1485,\ \ 3649519.2756, \\ &-0.6262,\ \ -0.0345,\ \ 19.9227,\ \ -0.1059,\ \ 8.0925,\ \ 0.0128\big]^{\mathrm{T}}\end{aligned}$$

$$\mathbf{Q_k} = \begin{bmatrix} 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R_k} = \mathbf{diag}\left(\mathbf{R}_{\mathrm{GPS,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{KNSS,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{eLoran,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{Loran\text{-}C,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{DME,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{DME,k}}, \mathbf{R}_{\mathrm{VOR,k}}\right)$$

여기서, 상태변수의 초기값은 첫번째 측정치를 대상으로 최소자승법으로 추정한 값으로 설정하였다. Fig. 4의 궤적은 가속도 운동을 하는데, 추정 시에 정지모델을 사용하므로 실제 운동과 추정을 위한 모델의 차이가 큼을 알 수 있다. 따라서 불확실성을 나타내는 시스템 잡음이 커야 한다. 이를 고려하면, 시스템 잡음 공분산행렬의 값은 크게 설정해야 한다. 본 논문에서 사용한 시스

Table 3. Measurement matrix of multi-radio integrated navigation system (Stationary model).

Navigation system	Measurement matrix
GPS	$\mathbf{H}_{\mathrm{PRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
KNSS	$\mathbf{H}_{\mathrm{KPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\right]$
eLoran	$\mathbf{H}_{\mathrm{EPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\right]$
Loran-C	$\mathbf{H}_{\mathrm{LPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}},$ $-\frac{(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
DME	$\mathbf{H}_{\mathrm{SRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
DME/VOR	$\mathbf{H}_{\mathrm{TSRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$ $\mathbf{H}_{\mathrm{AGi,k}}=\left[-\frac{(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}\quad \frac{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$

Table 4. Measurement matrix of multi-radio integrated navigation system (Constant velocity model).

Navigation system	Measurement matrix
GPS	$\mathbf{H}_{\mathrm{PRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$ $\mathbf{H}_{\mathrm{PRRi,k}}=\left[0\ 0\ 0\ -\frac{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{spi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{spi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{spi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
KNSS	$\mathbf{H}_{\mathrm{KPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\right]$ $\mathbf{H}_{\mathrm{KPRRi}}=\left[0\ 0\ 0\ -\frac{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{kpi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{kpi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{kpi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\right]$
eLoran	$\mathbf{H}_{\mathrm{EPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\right]$ $\mathbf{H}_{\mathrm{EPRRi,k}}=\left[0\ 0\ 0\ -\frac{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{epi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{epi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{epi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\right]$
Loran-C	$\mathbf{H}_{\mathrm{LPRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}},$ $-\frac{(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ms,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ms,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ms,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}+\frac{(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{ssi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{ssi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{ssi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
DME	$\mathbf{H}_{\mathrm{SRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2+(z_{\mathrm{DSTi,k}}-z_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$
DME/VOR	$\mathbf{H}_{\mathrm{TSRi,k}}=\left[-\frac{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad -\frac{(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{\sqrt{(x_{\mathrm{DSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{DSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$ $\mathbf{H}_{\mathrm{AGi,k}}=\left[-\frac{(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{k}})}{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}\quad \frac{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{k}})}{(x_{\mathrm{VSTi,k}}-x_{\mathrm{p,k}})^2+(y_{\mathrm{VSTi,k}}-y_{\mathrm{p,k}})^2}\quad 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]$

템 잡음 공분산행렬은 여러 번의 시뮬레이션 결과에서 가장 좋은 추정치를 제공하는 것으로 설정하였다. 측정잡음 공분산행렬의 $\mathbf{R}_{\mathrm{GPS,k}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{KNSS,k}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{eLoran,k}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{Loran\text{-}C,k}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{DME,k}}$, $\mathbf{R}_{\mathrm{VOR,k}}$는 아래와 같다.

$$\mathbf{R}_{\mathrm{GPS,k}}=\mathbf{diag}(\underbrace{3^2,\cdots,3^2}_{Num:12},\underbrace{0.1^2,\cdots,0.1^2}_{Num:12})$$

$$\mathbf{R}_{\mathrm{KNSS,k}}=\mathbf{diag}(\underbrace{10^2,\cdots,10^2}_{Num:5},\underbrace{0.1^2,\cdots,0.1^2}_{Num:5})$$

Table 5. Measurement matrix of local filter.

Local filter	Measurement matrix
GPS	$\mathbf{H}_{GPS,k} = [\mathbf{H}^T_{PR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{PR12,k}, \mathbf{H}^T_{PRR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{PRR12,k}]^T$
KNSS	$\mathbf{H}_{KNSS,k} = [\mathbf{H}^T_{KPR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{KPR7,k}, \mathbf{H}^T_{KPRR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{KPRR7,k}]^T$
ELoran	$\mathbf{H}_{eLoran,k} = [\mathbf{H}^T_{EPR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{EPR5,k}, \mathbf{H}^T_{EPRR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{EPRR5,k}]^T$
Loran-C	$\mathbf{H}_{Loran\text{-}C,k} = [\mathbf{H}^T_{LPR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{LPR4,k}]^T$
DME	$\mathbf{H}_{DME,k} = [\mathbf{H}^T_{SR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{SR5,k}]^T$
DME/VOR	$\mathbf{H}_{DME/VOR,k} = [\mathbf{H}^T_{TSR1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{TSR5,k}, \mathbf{H}^T_{AG1,k} \cdots \mathbf{H}^T_{AG5,k}]^T$

$$\mathbf{R}_{eLoran,k} = \mathbf{diag}(\underbrace{10^2,\cdots,10^2}_{Num:5}, \underbrace{0.1^2,\cdots,0.1^2}_{Num:5})$$

$$\mathbf{R}_{Loran\text{-}C,k} = 100^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{DME,k} = \mathbf{diag}(\underbrace{340^2,\cdots,340^2}_{Num:5})$$

$$\mathbf{R}_{VOR,k} = \mathbf{diag}(\underbrace{1.5^2,\cdots,1.5^2}_{Num:5})$$

등속도 운동 모델을 사용한 경우, Centralized 칼만필터의 오차 공분산행렬의 초기값, 상태변수의 초기값, 시스템 잡음 공분산행렬, 측정잡음 공분산행렬은 아래와 같이 설정하였다.

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{diag}(1000^2, 1000^2, 1000^2, 100^2, 100^2, 100^2, 10^2, 5^2, 10^2, 5^2, 10^2, 5^2)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_0 = [&-3129702.6948, \quad 4180682.1485, \quad 3649519.2756, \\ &-0.2911, \quad -0.4698, \quad -0.982, \\ &-0.6262, \quad -0.0345, \quad 19.9227, \quad -0.1059, \quad 8.0925, \quad 0.0128]^T\end{aligned}$$

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix}
\frac{4000}{3} & 0 & 0 & \frac{4000}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{4000}{3} & 0 & 0 & \frac{4000}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{4000}{3} & 0 & 0 & \frac{4000}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{4000}{2} & 0 & 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{4000}{2} & 0 & 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{4000}{2} & 0 & 0 & 4000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 10 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{25}{3} & 5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 10
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{diag}\left(\mathbf{R}_{GPS,k}, \mathbf{R}_{KNSS,k}, \mathbf{R}_{eLoran,k}, \mathbf{R}_{Loran\text{-}C,k}, \mathbf{R}_{DME,k}, \mathbf{R}_{DME,k}, \mathbf{R}_{VOR,k}\right)$$

여기서, 상태변수의 초기값은 정지모델을 이용할 때와 마찬가지로, 최소자승법 추정 결과를 이용하였다. 정지모델과 마찬가지로, 이 경우에도 시스템 잡음 공분산행렬은 시뮬레이션에서 가장 좋은 추정치를 제공하는 값을 이용하였다.

Decentralized 칼만필터에서는 측정치가 각각 GPS 부필터, KNSS 부필터, eLoran 부필터, Loran-C 부필터, DME 부필터, DME/VOR 부필터에 입력된다. 각 부필터의 측정행렬을 Table 5에 나타내었다.

Table 6. Navigation result (RMSE).

	RMSE		
	North (m)	East (m)	Down (m)
Centralized Kalman filter	1.8671	1.5847	2.0690
Decentralized Kalman filter – no feedback	1.8672	1.5848	2.0693
Decentralized Kalman filter – feedback	1.8671	1.5847	2.0690
Federated Kalman filter – NR mode	1.8742	1.5942	2.1340
Federated Kalman filter – FR mode	1.8671	1.5847	2.0690
Federated Kalman filter – ZR mode	99.8763	43.6373	69.0948

Decentralized 칼만필터의 부필터의 주필터의 오차 공분산행렬의 초기값, 상태변수의 초기값, 시스템 잡음 공분산행렬, 측정잡음 공분산행렬은 아래와 같이 설정하였다.

$$\mathbf{P}_{GPS,0} = \mathbf{P}_{KNSS,0} = \mathbf{P}_{eLoran,0} = \mathbf{P}_{Loran\text{-}C,0} = \mathbf{P}_{DME,0} = \mathbf{P}_{DME/VOR,0} = \mathbf{P}_{M,0} = \mathbf{P}_0$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{GPS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{KNSS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{eLoran,0} = \hat{\mathbf{x}}_{Loran\text{-}C,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME/VOR,0} = \hat{\mathbf{x}}_{M,0} = \hat{\mathbf{x}}_0$$
$$\mathbf{Q}_{GPS,k} = \mathbf{Q}_{KNSS,k} = \mathbf{Q}_{eLoran,k} = \mathbf{Q}_{Loran\text{-}C,k} = \mathbf{Q}_{DME,k} = \mathbf{Q}_{DME/VOR,k} = \mathbf{Q}_{M,k} = \mathbf{Q}_k$$

Federated 칼만필터에서는 부필터의 측정 행렬은 Table 5와 같다. NR 모드와 FR 모드일 경우 부필터의 오차 공분산행렬의 초기값, 상태변수의 초기값, 시스템 잡음 공분산행렬, 측정잡음 공분산행렬은 아래와 같이 설정하였다.

$$\mathbf{P}_{GPS,0} = \mathbf{P}_{KNSS,0} = \mathbf{P}_{eLoran,0} = \mathbf{P}_{Loran\text{-}C,0} = \mathbf{P}_{DME,0} = \mathbf{P}_{DME/VOR,0} = 6\mathbf{P}_0$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{GPS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{KNSS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{eLoran,0} = \hat{\mathbf{x}}_{Loran\text{-}C,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME/VOR,0} = \hat{\mathbf{x}}_0$$
$$\mathbf{Q}_{GPS,k} = \mathbf{Q}_{KNSS,k} = \mathbf{Q}_{eLoran,k} = \mathbf{Q}_{Loran\text{-}C,k} = \mathbf{Q}_{DME,k} = \mathbf{Q}_{DME/VOR,k} = 6\mathbf{Q}_k$$

ZR 모드일 경우 부필터의 오차 공분산행렬의 초기값, 상태변수의 초기값, 시스템 잡음 공분산행렬, 측정잡음 공분산행렬은 아래와 같이 설정하였다.

$$\mathbf{P}_{GPS,0} = \mathbf{P}_{KNSS,0} = \mathbf{P}_{eLoran,0} = \mathbf{P}_{Loran\text{-}C,0} = \mathbf{P}_{DME,0} = \mathbf{P}_{DME/VOR,0} = \mathbf{P}_{M,0} = 7\mathbf{P}_0$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{GPS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{KNSS,0} = \hat{\mathbf{x}}_{eLoran,0} = \hat{\mathbf{x}}_{Loran\text{-}C,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME,0} = \hat{\mathbf{x}}_{DME/VOR,0} = \hat{\mathbf{x}}_{M,0} = \hat{\mathbf{x}}_0$$
$$\mathbf{Q}_{GPS,k} = \mathbf{Q}_{KNSS,k} = \mathbf{Q}_{eLoran,k} = \mathbf{Q}_{Loran\text{-}C,k} = \mathbf{Q}_{DME,k} = \mathbf{Q}_{DME/VOR,k} = \mathbf{Q}_{M,k} = 7\mathbf{Q}_k$$

정지 모델을 이용한 경우, Centralized 칼만필터의 항법 결과는 Fig. 5와 같으며, Decentralized 칼만필터의 no feedback 모드 항법 결과는 Fig. 6a, feedback 모드 항법 결과는 Fig. 6b, Federated 칼만필터의 NR 모드 항법 결과는 Fig. 7a, FR 모드 항법 결과는 Fig. 7b, ZR 모드 항법 결과는 Fig. 7c와 같다. Fig. 5 부터 Fig. 7까지 그래프의 왼쪽은 위치의 Root Mean Square Error (RMSE)를 나타내며, 오른쪽에는 오차 공분산행렬의 위치에 해당하는 대각 항의 제곱근을 나타낸다.

Table 6에는 항법결과를 정리하였다. Decentralized 칼만필터의 feedback 모드와 Federated 칼만필터의 FR 모드의 항법 해가 Centralized 칼만필터의 항법 해와 유사한 항법 결과를 얻는 것을 알 수 있다. 또한, Decentralized 칼만필터의 no feedback 모드와 Federated 칼만필터의 NR 모드의 항법 해는 주필터의 항법 해를 부필터에 궤환하는 경우보다 오차가 더 큰 것을 알 수 있다. Federated 칼만필터의 ZR 모드의 항법결과는 부필터의 오차 공분산행렬을 초기치에 설정한 값으로 갱신하기 때문에, 오차가 가

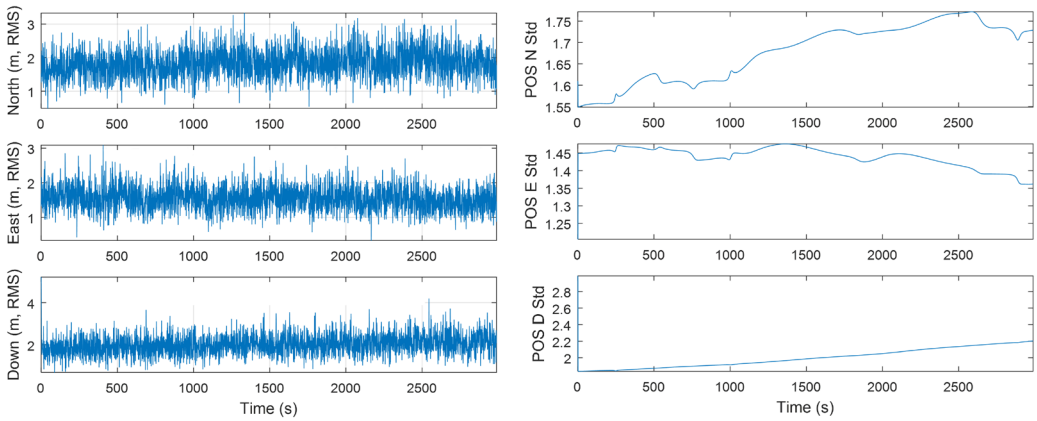

Fig. 5. Centralized Kalman filter navigation result for a stationary model.

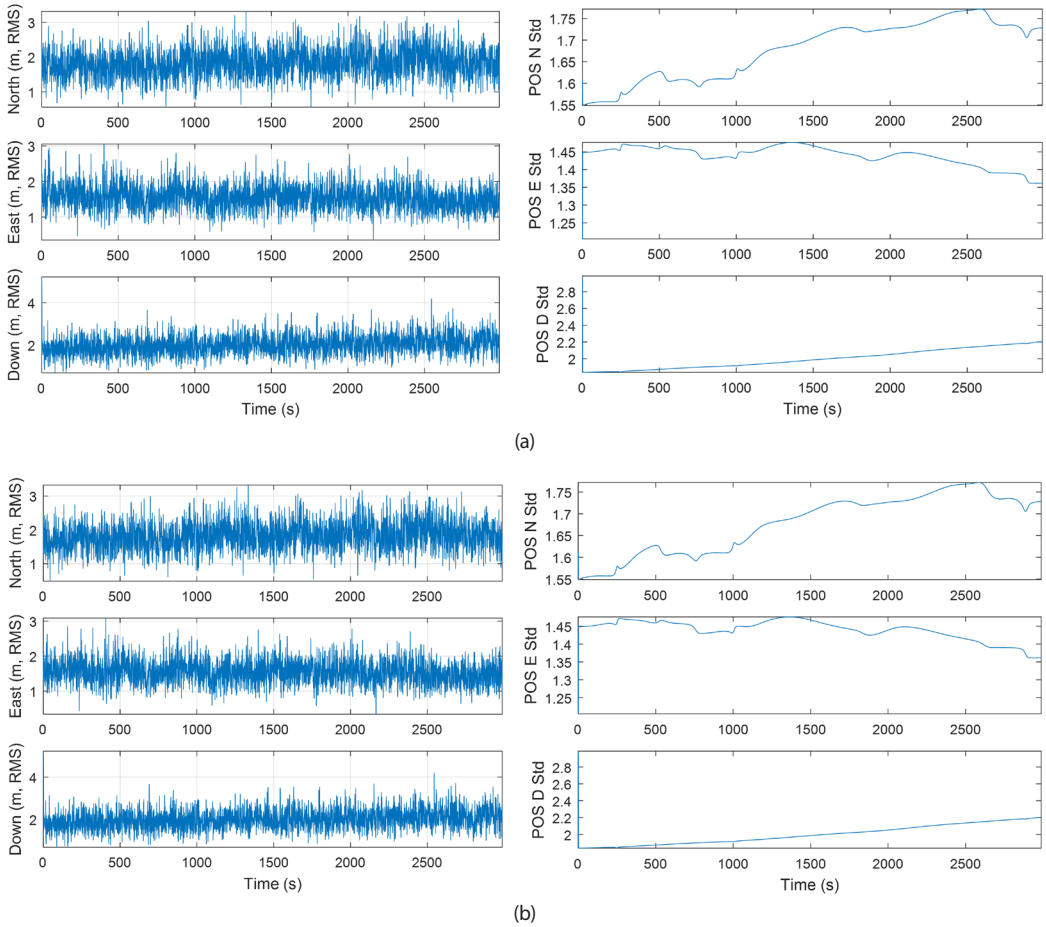

Fig. 6. Decentralized Kalman filter navigation result for a stationary model. (a) no feedback mode, (b) feedback mode

장 크게 나타난 것을 알 수 있다.

등속도 운동 모델을 이용한 경우, Centralized 칼만필터의 항법 결과는 Fig. 8과 같으며, Decentralized 칼만필터의 no feedback 모드 항법 결과는 Fig. 9a, feedback 모드 항법 결과는 Fig. 9b, Federated 칼만필터의 NR 모드 항법 결과는 Fig. 10a, FR 모드 항법 결과는 Fig. 10b, ZR 모드 항법 결과는 Fig. 10c와 같다. Fig. 8 부터 Fig. 10까지 그래프의 왼쪽은 위치의 RMSE를 나타내며, 오른쪽에는 오차 공분산행렬의 위치에 해당하는 대각 항의 제곱근을 나타낸다.

Table 7에 항법결과를 정리하였다. 등속도 운동 모델을 사용한 경우도 Centralized 칼만필터와 Decentralized 칼만필터의 feedback 모드와 Federated 칼만필터의 FR 모드가 유사한 항법 결과를 얻는 것을 알 수 있다. 또한, 주필터의 항법 해를 부필터에 궤환하지 않는 경우에는 Centralized 칼만필터보다 오차가 더 크

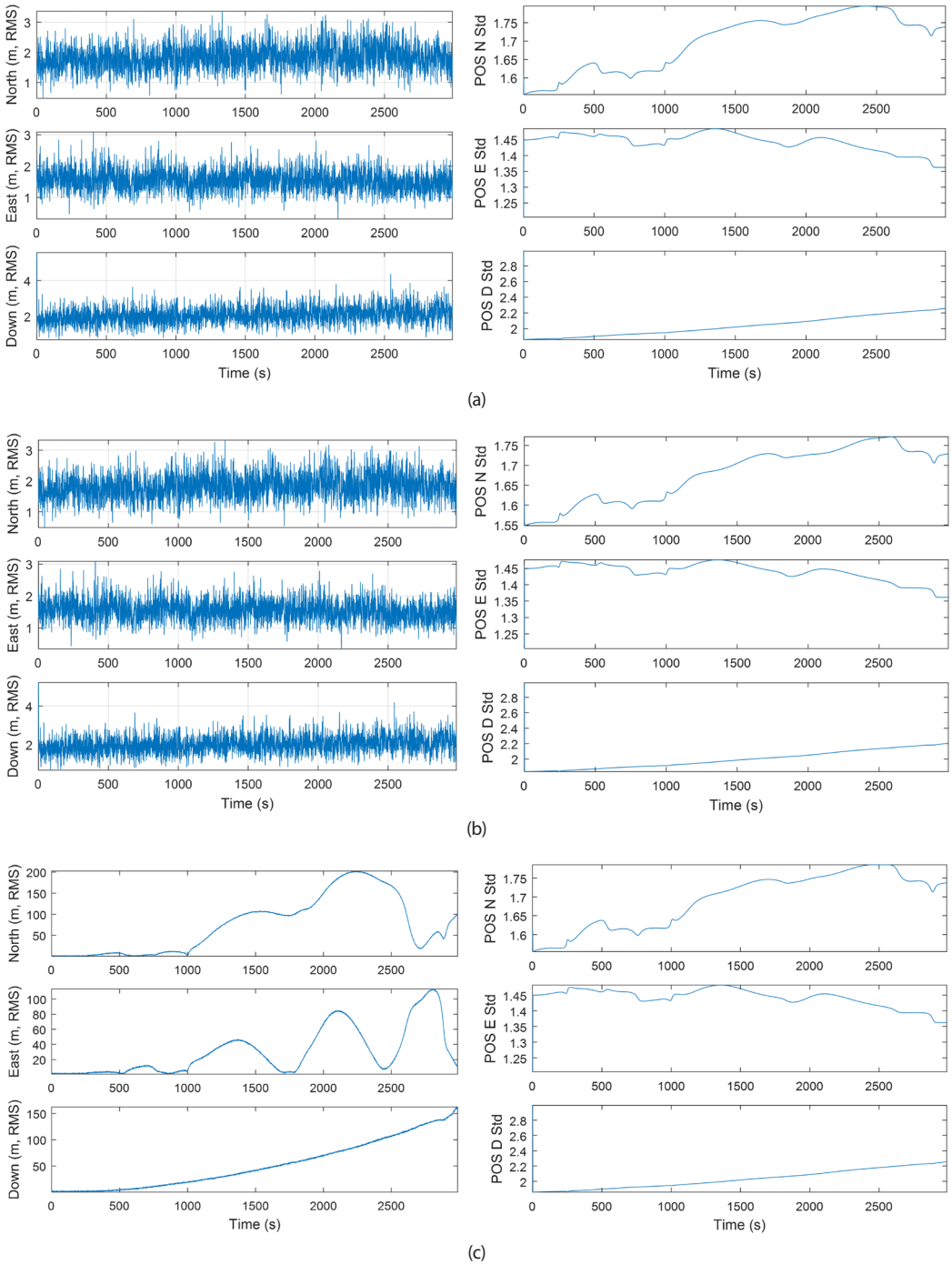

Fig. 7. Federated Kalman filter navigation result for a stationary model. (a) NR mode, (b) FR mode, (c) ZR mode

Table 7. Navigation result (RMSE).

	RMSE		
	North (m)	East (m)	Down (m)
Centralized Kalman filter	1.8454	1.4933	2.3273
Decentralized Kalman filter – no feedback	1.8455	1.4934	2.3273
Decentralized Kalman filter – feedback	1.8454	1.4933	2.3273
Federated Kalman filter – NR mode	1.8542	1.5037	2.4031
Federated Kalman filter – FR mode	1.8454	1.4933	2.3273
Federated Kalman filter – ZR mode	119.8207	52.4759	85.3001

게 나타난 것을 알 수 있다.

Table 6과 Table 7의 결과에서 등속도 운동모델을 사용한 경우가 정지 모델을 사용한 경우보다 정확한 항법 결과를 제공하는 것을 알 수 있다. Fig. 4에 나타낸 기준궤적을 보면, 항체는 속도가 일정하지 않은 가속도 운동이 포함된 운동을 하는 것을 알 수 있다. 이러한 이유로, 등속도 운동 모델을 사용하면 정지 모델을 사용한 경우보다 정확한 결과를 얻는 것을 알 수 있다.

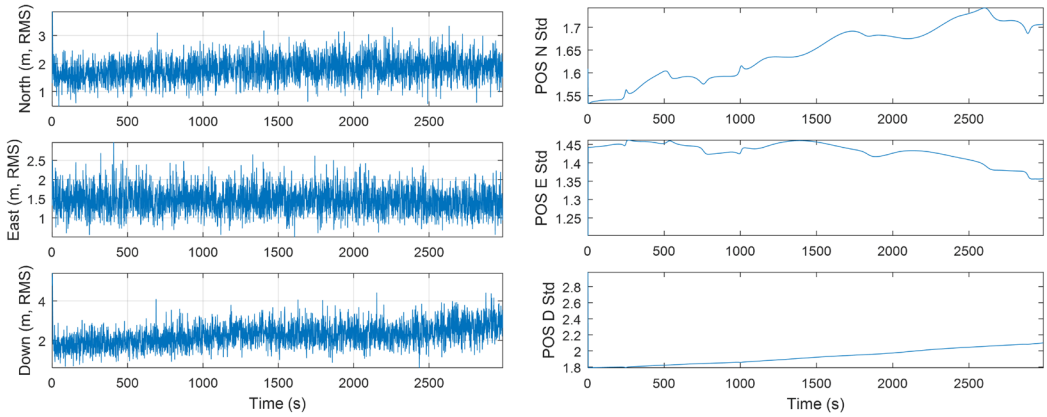

Fig. 8. Centralized Kalman filter navigation result for a constant velocity model.

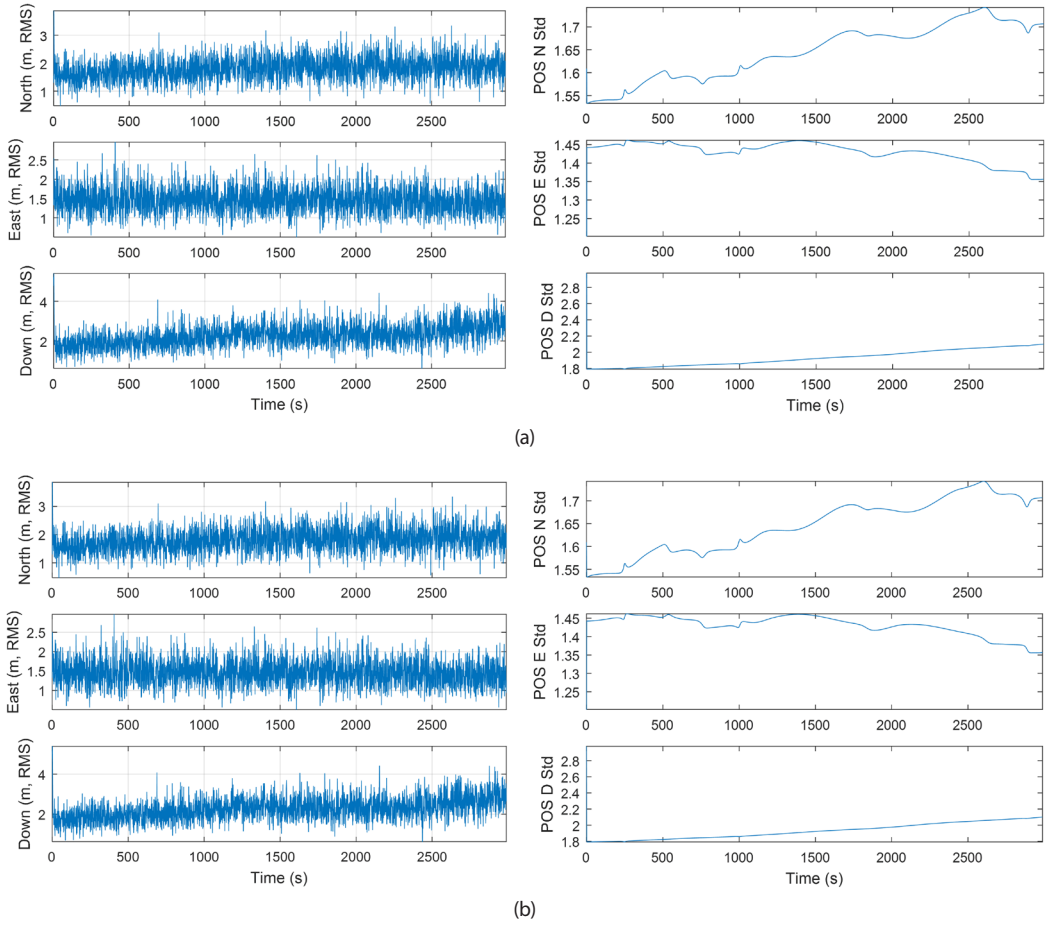

Fig. 9. Decentralized Kalman filter navigation result for a constant velocity model. (a) no feedback mode, (b) feedback mode

4. CONCLUDING REMARKS AND FURTHER STUDIES

본 논문에서는 다중전파측위 융복합시스템을 대상으로 Centralized 칼만필터와 Decentralized 칼만필터, Federated 칼만필터를 설계하고, 성능평가를 수행한 결과를 제시하였으며, 세 가지 필터의 특징을 정리하였다. 궤적에 따라서 운동 모델을 다르게 사용할 수 있으며, 가속도를 포함하는 기준궤적에 대하여 등속도 운동 모델을 사용한 경우가 정지 모델을 사용한 경우보다 더 정확한 항법 해를 얻는 것을 확인하였다. Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터는 부필터 측정치 간에 상관관계가 없으며, 주필터의 항법 해를 부필터에 궤환하면, Centralized 칼만필터와 유사한 항법 해를 얻는 것을 확인하였다. 본 논문에서는 모든 부필터의 항법 해 출력율이 같다고 가정하였는데, 추후에는

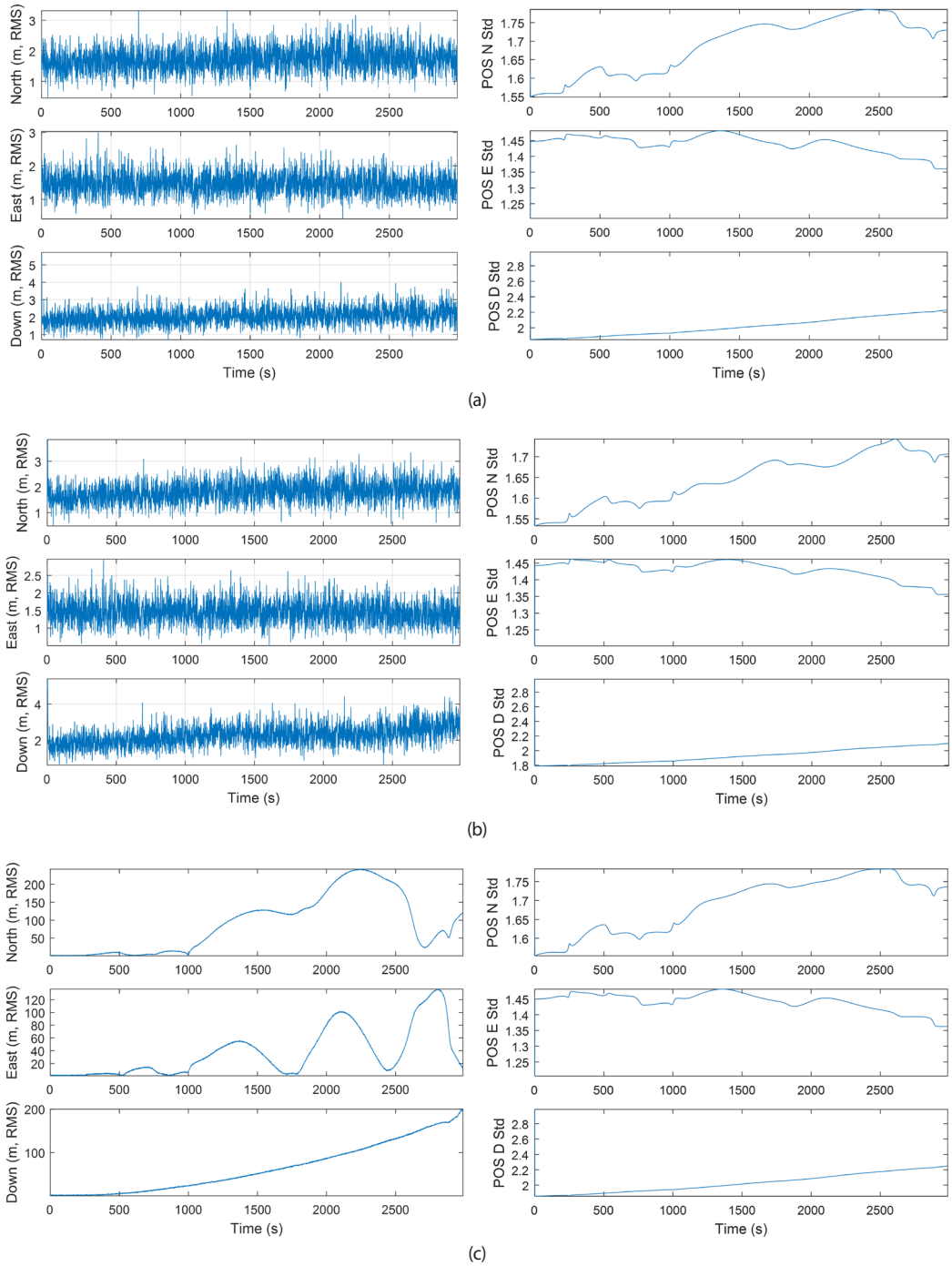

Fig. 10. Federated Kalman filter navigation result for a constant velocity model. (a) NR mode, (b) FR mode, (c) ZR mode

부필터의 항법 해 출력율이 다른 경우와 대해 Decentralized 칼만필터와 Federated 칼만필터를 검토할 계획이다.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

Methodology, D.-H. Hwang, and S.H. Oh; software, J.H. Son; formal analysis, J.H. Son, S.H. Oh, and D.-H. Hwang; investigation, J.H. Son.

CONFLICTS OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

REFERENCES

Banachowicz, A. & Wolski, A. 2017, A Comparison of the Least Squares with Kalman Filter Methods Used in Algorithms of Fusion with Dead Reckoning Navigation Data, The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, 11, 691-695. https://doi.org/10.12716/1001.11.04.16

Bar-Shalom, Y., Li, X.-R., & Kirubarajan T. 2001, Estimation with Applications to Tracking and Navigation (New York: John Wiley & Sons)

Brown, R. G. & Hwang. P. Y. C. 1997, Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, 3rd ed. (New York: John Wiley & Sons)

Carlson, N. A. 1988, Federated Filter for Fault-tolerant Integrated Navigation Systems, in IEEE PLANS '88., Position Location and Navigation Symposium, Orlando, FL, 29 Nov-2 Dec 1988. https://doi.org/10.1109/PLANS.1988.195473

Carlson, N. A. & Berarducci, M. P. 1994, Federated Kalman Filter Simulation Results, Navigation, 41, 297-321. https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1994.tb01882.x

Department of Defense, Department of Homeland Security & Department of Transportation 2019, 2019 Federal Radionavigation Plan, DOT-VNTSC-OST-R-15-01

Edelmayer, A. & Miranda, M. 2011, Federated Filtering Revisited: New Directions to Distributed Systems Estimation and Filtering – A Case Study, Acta Technica Jaurinensis, 4, 365-391. http://acta.tilb.sze.hu/index.php/acta/article/view/183

European Commission 2018, European Radio Navigation Plan (ERNP) 1.1 with errata

Farrell, J. & Barth, M. 1999, The Global Positioning System and Inertial Navigation (New York: McGraw-Hill)

Federal Aviation Administration 2011, FAA's NextGen Implementation Plan

Gao, Y., Krakiwsky, E. J., Abousalem, M. A., & McLellan, J. F. 1993, Comparison and Analysis of Centralized, Decentralized, and Federated Filters, Navigation: Journal of The Institute of Navigation, 40, 69-86. https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1993.tb02295.x

Gu, Q.-T. & Fang, J. 2009, Global Optimality for Generalized Federated Filter, Acta Automatica Sinica, 35, 1310-1316. https://doi.org/10.1016/S1874-1029(08)60112-3

Gustafsson, F., Gunnarsson, F., Bergman, N., Forssell, U., et al. 2002, Particle Filters for Positioning, Navigation, and Tracking, IEEE Transactions on Signal Processing, 50, 425-437. https://doi.org/10.1109/78.978396

Jee, G.-I. 1997, Development of GPS Positioning and GPS/Dead-Reckoning Integration Algorithm using Federated Kalman Filter for Land Navigation System, Korea Science and Engineering Foundation Technical Report, KOSEF 951-0915-038-2

Kim, E. 2018, Analysis of DME/DME Navigation Performance and Ground Network Using Stretched-Front-Leg Pulse-Based DME, Sensors, 18, 3275. https://doi.org/10.3390/s18103275

Kim, H., Lee, J., Oh, S. H., So, H., & Hwang, D.-H. 2018, Multi-radio Integrated Navigation System M&S Software Design for GNSS Backup under Navigation warfare, Electronics, 8, 188. https://doi.org/10.3390/electronics8020188

Kim, H., Son, J. H., Oh, S. H., & Hwang, D.-H. 2019, Design of Navigation Environment Generation Module of Multi-radio Integrated Navigation System M&S Software for Evaluation of Countermeasure to Navigation Warfare, Journal of The Institute of Electronics and Information Engineers, 56, 106-114. https://doi.org/10.5573/ieie.2019.56.11.106

Kugler, D. 1999, Integration of GPS and Loran-C/Chayka: A European Perspective, Navigation: Journal of The Institute of Navigation, 46, 1-11. https://doi.org/10.1002/j.2161-4296.1999.tb02391.x

Lo, S., Enge, P., Niles, F., Loh, R., Eldredge, L., et al. 2010, Preliminary Assessment of Alternative Navigation Means for Civil Aviation, in 2010 International Technical Meeting of The Institute of Navigation, San Diego, CA, 25-27 Jan 2010, pp.314-322.

Lo, S., Peterson, B., Akos, D., Narins, M., Loh, R., et al. 2011, Alternative Position Navigation & Timing (APNT) Based on Existing DME and UAT Ground Signals, ION GNSS 2011, Portland, OR, 19-23 Sep 2011.

Park, S. G. & Son, P.-W. 2019, Design for Back-up of Ship's Navigation System Using UAV in Radio Frequency Interference Environment, Journal of Advanced Navigation Technology, 23, 289-295. https://doi.org/10.12673/jant.2019.23.4.289

Wei, M. & Schwarz, K. P. 1990, Testing a Decentralized Filter for GPS/INS Integration, in IEEE Symposium on Position Location and Navigation. A Decade of Excellence in the Navigation Sciences, Las Vegas, NV, 20 Mar 1990. https://doi.org/10.1109/PLANS.1990.66210

Williams, P., Basker, S., & Ward, N. 2008, e-Navigation and the Case for eLoran, The Journal of Navigation, 61, 473-484. https://doi.org/10.1017/S0373463308004748

Jae Hoon Son received B.S. degree in the Department of IT Electronics Engineering, Daejeon University, in 2018. Now he is a Ph.D. candidate at the Department of Electronics Engineering, Chungnam National University. His research interest is Inertial navigation system, Integration navigation system, embedded system.

Sang Heon Oh is a principal research engineer of Division 1, Navcours Co., Ltd., Korea. He received M.S. and Ph.D. degree from Chungnam National University. His research interests include GPS/INS integration system, Inertial navigation system, and military application.

Dong-Hwan Hwang is a professor in the Department of Electronics Engineering, Chungnam National University, Korea. He received his B.S. degree from Seoul National University, Korea in 1985. He received M.S. and Ph.D. degree from Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea in 1987 and 1991, respectively. His research interests include GNSS/INS integrated navigation system design and GNSS applications.