

GF-IMU/GR-IMU의 6자유도 운동 추정을 위한 가속도계 배치 및 성능 평가

손재훈¹, 한유근², 황동환^{3†}

Accelerometer Placement of the GF-IMU and GR-IMU for Six-Degree-of-Freedom Motion Estimation and Performance Evaluation

Jae Hoon Son¹ , Eugeun Han² , Dong-Hwan Hwang^{3†} 

¹IN Center, Microinfinity Co., Ltd., Daejeon 34012, Korea

²Defense R&D Institute, Poongsan Cooperation, Daejeon 34027, Korea

³Department of Electronics Engineering, Chungnam National University, Daejeon 34134, Korea

ABSTRACT

In order to estimate the six-degree-of-freedom (6-DOF) motion using GF-IMU and GR-IMU, the relationship between accelerometer outputs and rotational motion variables is expressed in terms of differential and algebraic equations in this paper. Based on this relationship, the required number of accelerometers for estimating rotational motion and their placement conditions are presented. Examples of accelerometer placement also are provided. It is shown that the obtainable differential and algebraic equations and estimated variables related to the rotational motion vary depending on the accelerometer placement. In particular, it is shown that the angular velocity can be estimated using a Kalman filter when differential equations and algebraic equations are available simultaneously. Furthermore, the limitation of Hanson's performance index, which does not account for quadratic angular velocity terms, should be compensated. To address this issue, new extended performance indices incorporating quadratic angular velocity terms are proposed. Using these indices, the 6-DOF motion estimation performance obtained with various accelerometer placements is quantitatively evaluated through simulations. The results demonstrate that the proposed indices effectively reflect both error amplification and numerical stability and thereby enable clear discrimination of performance differences that cannot otherwise be identified.

Keywords: GF-IMU, GR-IMU, accelerometer placement, performance evaluation

주요어: GF-IMU, GR-IMU, 가속도계 배치, 성능평가

1. 서론

자이로스코프(Gyroscope)의 측정범위를 초과하여 각속도를 측정할 수 없는 고속회전하는 항체는 가속도계만으로 이루어진 Gyro-Free Inertial Measurement Unit (GF-IMU)를 이용한 Gyro-Free Inertial Navigation System (GF-INS)를 구성하여 각속도를 측정할 수 있다 (Nusbaum & Klein 2017). 아울러, 일부 축의 각속도가 자이로스코프의 측정 범위를 초과하지 않을 경우, 자이로스코프를 함께 이용할 수 있으며, 이와 같이 GF-INS에 자이로스코프를 추가한 관성 항법 시스템을 Gyro-Reduced INS

(GR-INS)라 부른다.

GF-INS는 DiNapoli(1965)가 자이로를 사용하지 않고, 각속도를 측정하는 방법을 제안하면서 연구가 시작되었다. GF-IMU는 로켓, 극초음속 항체, 우주 항체 등에 탑재할 수 있으며, 이를 여러가지 제품에도 응용할 수 있다 (Jenie et al. 2010, Yang et al. 2017, Tan et al. 2001, Costello & Jitpraphai 2002, Ang et al. 2003, Cappa et al. 2007). GF-IMU의 응용 예로 머리의 직선운동과 회전운동을 측정하기 위한 헬멧, 외과 의사의 손 떨림을 방지하기 위한 휴대용 미세수술 기구(Handheld microsurgical instruments), 로켓의 항법 시스템, 고회전 발사체의 롤 각속도를

Received May 08, 2026 Revised May 18, 2026 Accepted Jun 05, 2026

[†]Corresponding Author E-mail: dhhwang@cnu.ac.kr



Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Table 1. Number of variables in the accelerometer output.

Type of variables	Variable numbers	Symbols
Specific force of center of gravity	3	f_x^b, f_y^b, f_z^b
Angular acceleration	3	$\dot{\omega}_{ib,x}^b, \dot{\omega}_{ib,y}^b, \dot{\omega}_{ib,z}^b$
Angular velocity squared term on the same axis	3	$(\omega_{ib,x}^b)^2, (\omega_{ib,y}^b)^2, (\omega_{ib,z}^b)^2$
Angular velocity multiplication terms of different axis	3	$\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b, \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b, \omega_{ib,z}^b \omega_{ib,x}^b$

측정하기 위하여 자이로스코프 3개와 2축 가속도계 2개로 구성된 항법 시스템을 들 수 있다 (Ang et al. 2003, Cappa et al. 2007, Jenie et al. 2010, Liu et al. 2019).

GF-INS를 이용할 때 항법성능은 GF-IMU의 가속도계의 배치에 따라 다르므로 정확한 항법 결과를 얻기 위해서는 최적으로 가속도계를 배치할 필요가 있다. 1975년부터는 최근까지 GF-IMU의 가속도계 배치를 위한 연구 결과가 많이 발표되고 있다 (Padgaonkar et al. 1975, Chen et al. 1994, Zappa et al. 2001, Hanson 2005, Edwan et al. 2011, Yang et al. 2021). 1975년에는 9개의 가속도계를 대상으로 충격에 강인한 GF-IMU의 가속도계 배치가 발표되었으며, 1994년에는 정육면체의 각 면에 45도 방향으로 가속도계를 배치하는 방법을 소개하였다 (Padgaonkar et al. 1975, Chen et al. 1994). 이후 2001년에 Zappa는 3차원에서의 자세를 얻기 위한 GF-IMU 가속도계의 일반화된 배치 조건을 제시하였고, 2005년에는 Hanson이 정다면체를 기반으로 한 가속도계 배치 방법과 이에 대한 성능 분석을 수행하였다 (Zappa et al. 2001, Hanson 2005). 그리고, 2011년에는 Edwan이 12개의 가속도계를 사용하여 GF-IMU를 구성하고, 칼만 필터를 이용하여 각속도를 추정하는 방안을 제안하였다 (Edwan et al. 2011). 최근 Yang et al. (2021)이 무게중심이 변하는 항체, 즉, 날개를 펴는 인공위성이나 연료를 소모하며 목표 지점까지 비행하는 미사일에 대한 가속도계 배치 방법을 제안하였다.

GR-INS와 관련된 연구 결과로 2017년에 자이로스코프를 사용할 수 없는 측에 가속도계를 배치하고, 나머지 측에 자이로스코프를 배치한 구조를 제안하고, 대수 방정식을 이용하여 각속도를 추정하는 방법을 제안하였다 (Wang & Xiao 2017).

그런데, Zappa는 수학적인 조건을 제시하므로, 실제 시스템의 응용을 위하여 Hanson의 연구결과와 같은 구체적인 방법이 필요하다.

본 논문에서는 GF-IMU/GR-IMU를 이용하여 6자유도 운동을 추정하기 위하여 각운동 변수간의 관계를 미분 방정식과 대수 방정식으로 정리하고, 회전 운동 추정에 필요한 가속도계의 개수와 배치, 그리고 이를 만족하는 구체적인 가속도계 배치 예를 제시하였다. 또한, 각속도 이차 항을 포함한 성능 평가 지표를 이용하여 가속도계 배치에 따른 6자유도 운동 추정 성능 차이를 정량적으로 분석하였다. 앞으로 2장에서는 가속도계를 이용한 회전 운동 추정에 대하여 서술한다. 3장에서는 2장에서 서술한 내용을 기반으로 한 GF-IMU의 가속도계 배치와 GR-IMU의 가속도계 배치에 대하여 서술한다. 4장에서는 6자유도 운동 추정의 성능평가에 이용할 수 있는 Hanson의 성능 지표를 보완한 새로운 성능 지표를 제시한다. 5장에서는 GF-IMU의 가속도계 배치에 대한 6자유도 운동 추정 성능평가 결과를 보이고, 6장에서 결론 및 후속 계획을 서술한다.

2. 가속도계를 이용한 회전 운동 추정

항체 상의 한 점에 측정되는 가속도는 무게중심 즉, 동체좌표계의 원점에서의 가속도와 회전에 의한 가속도의 합으로 표현된다. 동체좌표계의 원점을 기준으로 위치 벡터가 $\mathbf{r}$ 인 지점에서의 가속도 $\mathbf{a}$ 는 Eq. (1)과 같다.

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}^b + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{r}) \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{f}^b$ 는 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b$ 는 각가속도, $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 는 각속도를 의미한다. Eq. (1)을 보면 가속도에 직선 운동 정보인 비력 $\mathbf{f}^b$, 회전 운동 정보인 접선 가속도 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{r}$ 와 구심 가속도 $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{r})$ 가 나타나는 것을 알 수 있다.

GF-IMU는 서로 다른 위치에 배치된 가속도계를 이용하여 Eq. (1)에 나타난 가속도를 측정한다. 이때, 가속도계의 위치와 측정 방향에 따라 가속도계 출력에 나타나는 가속도가 달라진다. 3차원에서 배치한 GF-IMU의 k 번째 가속도계 출력은 Eq. (2)과 같다.

$$y_k = \mathbf{d}_k^T \left[\mathbf{f}^b + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b \times \mathbf{r}_k + \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times \mathbf{r}_k) \right] \\ = \mathbf{d}_k^T \left[\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\omega}_{ib,x}^b r_{y,k} + \dot{\omega}_{ib,y}^b r_{x,k} \\ \dot{\omega}_{ib,x}^b r_{z,k} - \dot{\omega}_{ib,z}^b r_{x,k} \\ -\dot{\omega}_{ib,y}^b r_{z,k} + \dot{\omega}_{ib,z}^b r_{y,k} \end{bmatrix} \right] \\ + \begin{bmatrix} -(\omega_{ib,y}^b)^2 r_{x,k} - (\omega_{ib,z}^b)^2 r_{y,k} + \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b r_{z,k} + \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b r_{y,k} \\ -(\omega_{ib,x}^b)^2 r_{y,k} - (\omega_{ib,z}^b)^2 r_{z,k} + \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b r_{z,k} + \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b r_{x,k} \\ -(\omega_{ib,x}^b)^2 r_{z,k} - (\omega_{ib,y}^b)^2 r_{x,k} + \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b r_{y,k} + \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b r_{x,k} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{d}_k^T = [d_{x,k} \ d_{y,k} \ d_{z,k}]^T$ 는 k 번째 가속도계의 측정 방향, $\mathbf{r}_k^T = [r_{x,k} \ r_{y,k} \ r_{z,k}]^T$ 는 k 번째 가속도계의 위치를 의미한다. Eq. (2)에 나타난 물리량을 변수로 정리하여 가속도계 출력에 나타나는 전체 변수의 개수를 Table 1에 나타내었다. f_x^b, f_y^b, f_z^b 는 각각 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력의 x, y, z 축 성분, $\dot{\omega}_{ib,x}^b, \dot{\omega}_{ib,y}^b, \dot{\omega}_{ib,z}^b$ 는 각각 x, y, z 축 각가속도, $(\omega_{ib,x}^b)^2, (\omega_{ib,y}^b)^2, (\omega_{ib,z}^b)^2$ 는 각각 x, y, z 축 각속도 제곱, $\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b, \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b, \omega_{ib,z}^b \omega_{ib,x}^b$ 는 각각 다른 축의 각속도 곱을 의미한다. 따라서, 가속도계 출력에는 총 12개의 변수가 포함되므로, 이를 모두 추정하기 위해서는 최소 12개의 가속도계가 필요하다.

2.1 각속도 미분방정식과 대수방정식

GF-IMU 또는 GR-IMU에서 6자유도 운동을 추정하기 위해서는 가속도계 출력으로부터 직선운동 성분인 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력, 그리고 회전 운동 관련 변수를 동시에 구할 수 있어야 한다. 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력은 원점에 배치된 가속도계를 이용하여 직접 측정할 수 있다. 따라서, 가속도계 출력에 포함되는

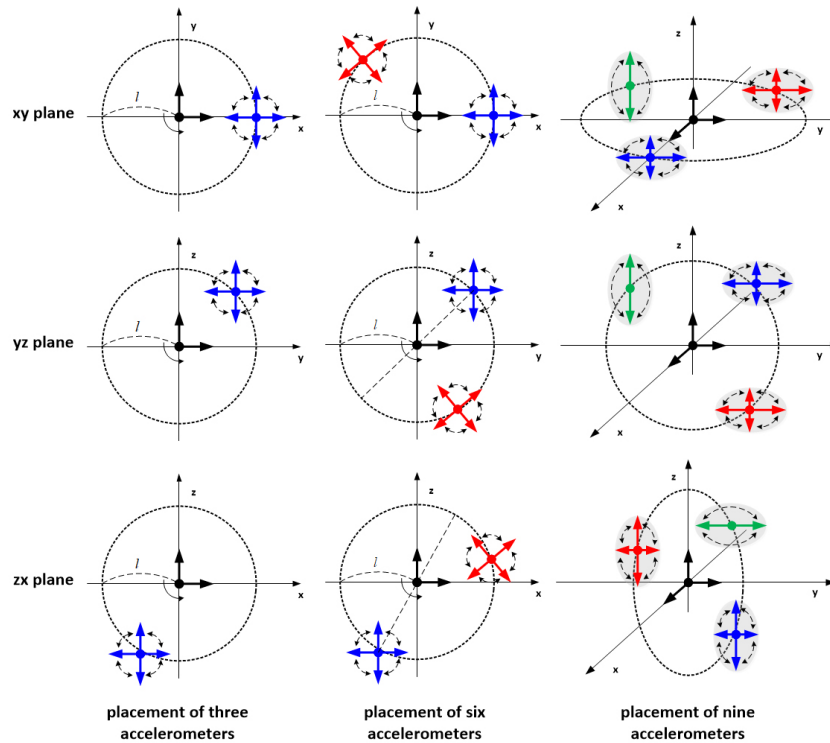


Fig. 1. Accelerometer placement of three, six, or nine accelerometers for rotational motion estimation.

변수의 개수와 구할 수 있는 방정식을 기반으로, 가속도계 개수에 따른 회전 운동 추정 가능성을 분석한다.

가속도계 출력으로부터 얻을 수 있는 회전 운동 정보는 두 가지 형태의 방정식으로 표현된다. 첫 번째는 접선가속도로부터 구할 수 있는 각속도 미분방정식이며, 두 번째는 구심가속도로부터 구할 수 있는 대수 방정식이다. 가속도계 개수에 따라 얻을 수 있는 방정식과 이에 따라 추정 가능한 회전 운동 변수가 다르다. 따라서, 가속도계 출력으로부터 회전 운동을 추정하기 위해서 미분 방정식과 대수방정식의 구성 여부가 중요하다.

2.2 회전 운동 추정에 필요한 가속도계의 개수와 배치

회전 운동 추정을 위한 가속도계가 3개 또는 6개 또는 9개가 각각 주어진 경우의 가속도계 배치 방법을 Fig. 1에 나타내었다. 직선 운동을 측정하는 가속도계는 검은색 화살표, 회전운동 추정을 위한 가속도계가 3개 주어진 경우의 가속도계는 파란색 화살표, 추가로 가속도계 3개가 더 주어진 경우는 빨간색 화살표로, 여기에 추가로 가속도계 3개가 더 주어진 경우는 초록색 화살표로 나타내었다.

먼저, 동체좌표계의 원점에서 나타낸 비력을 측정하기 위한 가속도계에 회전운동을 추정하기 위한 가속도계 3개가 추가로 주어진 경우를 생각해보자. 첫 번째 가속도계의 위치는 xy 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향도 임의로 둔다. 두 번째 가속도계의 위치는 yz 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향도 임의로 둔다. 세 번째 가속도계의 위치는 zx 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향

도 임의로 둔다. 그러면 각속도 미분방정식 또는 대수 방정식으로부터 Table 1에 나타난 회전 운동 변수 중 3개를 구하는 것이 가능하다.

회전운동 추정을 위한 가속도계 6개가 추가로 주어진 경우를 생각해보자. 가속도계 3개의 위치와 측정 방향은 전술한 방법과 동일하게 배치한다. 네 번째 가속도계의 위치는 xy 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향은 임의로 두지만 첫 번째 가속도계와 일치하지 않도록 한다. 다섯 번째 가속도계의 위치는 yz 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향은 임의로 두지만 두 번째 가속도계와 일치하지 않도록 한다. 여섯 번째 가속도계의 위치는 zx 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에서 임의로 두고, 측정 방향은 임의로 두지만 세 번째 가속도계와 일치하지 않도록 한다. 그러면 각속도 미분방정식 또는 대수 방정식으로부터 Table 1에 나타난 회전 운동 변수 중 회전 운동 변수 6개를 구하는 것이 가능하다.

회전운동 추정을 위한 가속도계 9개가 추가로 주어진 경우를 생각해보자. 먼저, 가속도계 6개의 위치와 측정 방향은 전술한 방법과 동일하게 배치한다. 일곱 번째 가속도계의 위치는 xy 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향은 xy 평면과 직교하도록 한다. 여덟 번째 가속도계의 위치는 yz 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에 임의로 두고, 측정 방향은 yz 평면과 직교하도록 한다. 아홉 번째 가속도계의 위치는 zx 평면에서 반지름이 l 인 원주 위에서 임의로 두고, 측정 방향은 zx 평면과 직교하도록 한다. 그러면 각속도 미분방정식과 대수 방정식으로부터 Table 1에 나타난 회전 운동 변수 9개를 모두 구할 수 있다.

이제까지 GF-IMU에 대한 가속도계 배치를 설명하였는데, 항

체의 1축 또는 2축의 각속도가 자이로스코프의 측정 범위를 초과하지 않으면 GR-IMU를 구성하여 항법 결과를 얻을 수 있다. GR-IMU는 자이로스코프를 사용하지 않는 축의 회전 운동을 가속도계를 배치하여 추정한다. Fig. 1에서 첫 번째 줄은 z 축의 회전 운동 정보를 얻기 위한 GR-IMU의 가속도계 배치, 두 번째 줄은 x 축의 회전 운동 정보를 얻기 위한 GR-IMU의 가속도계 배치, 세 번째 줄은 y 축의 회전 운동 정보를 얻기 위한 GR-IMU의 가속도계 배치이다. 즉, Fig. 1과 같이 GF-IMU의 특별한 경우로 GR-IMU의 가속도계 배치를 구할 수 있다.

2.3 칼만필터 추정 가능성

칼만필터 기반으로 각속도를 추정하기 위해서 프로세스 모델과 측정 모델이 동시에 필요하다. 이러한 관점에서 각속도 미분방정식은 프로세스 모델로 두고, 대수 방정식을 측정 모델로 두면 칼만필터를 구성할 수 있다. 회전 운동 추정을 위한 가속도계가 3개인 경우에는 미분방정식과 대수방정식 중 하나만 구성할 수 있으므로, 칼만 필터로 각속도를 추정할 수 없다. 가속도계가 6개 주어지는 경우에는 각속도 미분방정식과 대수방정식을 동시에 구할 수 있으며, 이를 각각 프로세스 모델과 측정 모델로 사용할 수 있다. 가속도계가 9개 주어진 경우에는 각속도 미분방정식과 대수방정식을 동시에 구할 수 있으며, 가속도계가 6개 주어진 경우보다 많은 대수방정식을 구할 수 있으므로 더 안정적으로 칼만필터 기반 각속도 추정이 가능하다. 따라서, 회전운동 추정을 위한 가속도계가 6개 이상 추가로 주어지는 경우 각속도 미분방정식과 대수 방정식을 동시에 구할 수 있으며, 이를 이용하여 칼만필터 기반의 각속도 추정이 가능하다.

3. GF-IMU/GR-IMU의 가속도계 배치 예

이번 장에서는 2장에서 제시한 내용을 확인하기 위한 가속도계 배치 예를 제시한다. 이해를 돕기 위하여 2차원에서 GF-IMU의 가속도계를 배치 예를 먼저 설명하고, 이후 3차원에서 GF-IMU의 가속도계 배치 예를 제시한다. 마지막으로 GR-IMU의 가속도계 배치 예를 설명한다.

3.1 2차원에서 GF-IMU의 가속도계 배치 예

먼저, 2차원에서 운동하는 항체에 대한 GF-IMU의 가속도계 배치 예를 살펴보자. 이 경우는 3차원에서 운동하는 항체에 회전 운동 추정을 위한 가속도계를 추가했을 때, xy 평면 또는 yz 평면 또는 zx 평면에서 바라본 것이다. 2차원에서 동체좌표계의 원점에 가속도계 2개와 동체좌표계 원점으로부터 l 만큼 떨어진 축 상에 가속도계 2개를 배치한 Fig. 2를 생각해보자. 이때, 항체는 z 축을 중심으로 회전 운동을 하면서 xy 평면에서 직선 운동을 한다. 동체좌표계의 원점에서 나타나는 가속도는 Eq. (3)과 같다.

$$\bar{\mathbf{a}}_{2D,0} = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} \quad (3)$$

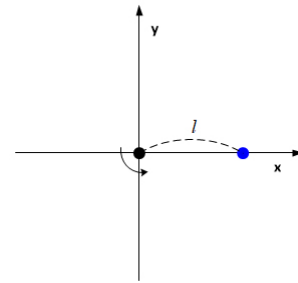


Fig. 2. Acceleration on an axis located at a distance l from the center of gravity in two dimensions.

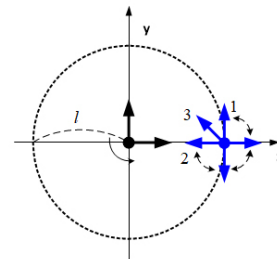


Fig. 3. Accelerometer placement for estimating rotational motion in two dimensions.

x 축 상의 점에 나타나는 가속도는 Eq. (4)와 같다.

$$\bar{\mathbf{a}}_{2D,x} = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l\omega^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Eq. (4)를 보면 동체좌표계의 원점에서 나타낸 비력의 x , y 축 성분(f_x^b, f_y^b), 각가속도($l\dot{\omega}$), 가속도의 제곱 성분($l\omega^2$)이 가속도계 출력에 나타나는 것을 알 수 있다. 따라서, 2차원에서 운동하는 항체는 추정해야 할 변수가 4개가 된다. 이 중에서 직선 운동 성분을 제외하면 회전 운동 정보를 얻기 위해서 가속도계가 최소 2개가 더 필요함을 알 수 있다.

Fig. 3에 2차원 회전 운동을 측정하기 위한 가속도계 배치를 나타내었다. 동체좌표계의 원점에 나타낸 비력을 측정하는 2개의 가속도계는 Fig. 3의 검은색 화살표와 같이 되며, x 축 방향과 y 축 방향으로 배치한다. 가속도계의 출력은 Eqs. (5, 6)이 된다.

$$\mathbf{y}_{2D,01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} = f_x^b \quad (5)$$

$$\mathbf{y}_{2D,02} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} = f_y^b \quad (6)$$

회전 운동을 측정하기 위한 가속도계 2개는 동체좌표계의 원점으로부터 l 만큼 떨어진 위치에 둔다. Fig. 1에서 xy 평면의 반지름이 l 인 원 주위에 임의로 두는 경우와 같다. 여기서, 측정 방향을 임의로 두면 가속도계 출력에 접선 가속도와 구심 가속도가 함께 나타난다. 만약 가속도계의 측정 방향을 원의 접선 방향과 평행하게 두면 접선 가속도, 가속도계의 측정 방향을 원의 구심 또는 원심 방향으로 두면 구심 가속도만 가속도계 출력에 나타난다. 이때, 접선 가속도만으로부터 구한 각속도 미분방정식을 풀어서 각속도를 구하거나 구심 가속도만으로부터 구한 대수 방정

식을 풀어서 각속도를 구한다. 접선 방향이나 구심 방향이 아니면 가속도에 출력을 연립하여 각속도 미분방정식을 구하거나 대수 방정식을 구하고, 이로부터 각속도를 구한다. 회전 운동을 추정하기 위한 k 번째 가속도계 출력은 Eq. (7)과 같다.

$$y_{2D,k} = \begin{bmatrix} d_{x,k} & d_{y,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l\omega^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Eq. (7)에서 측정 방향을 y 축과 평행하게 즉, 원의 접선 방향으로 둔 가속도계 출력 $y_{2D,1}$ 는 Eq. (8)과 같다.

$$y_{2D,1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l\omega^2 \\ 0 \end{bmatrix} = f_y^b + l\dot{\omega} \quad (8)$$

Eq. (7)에서 측정 방향을 x 축과 평행하게 즉, 구심 방향으로 둔 가속도계 출력 $y_{2D,2}$ 는 Eq. (9)와 같다.

$$y_{2D,2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l\omega^2 \\ 0 \end{bmatrix} = -f_x^b + l\dot{\omega} \quad (9)$$

Eq. (7)에서 측정 방향을 $y_{2D,1}$ 와 $y_{2D,2}$ 사이의 대각 방향 즉, $\frac{\sqrt{2}}{2}[-1 \ 1]$ 으로 둔 가속도계 출력 $y_{2D,3}$ 는 Eq. (10)과 같다.

$$\begin{aligned} y_{2D,3} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l\omega^2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (-f_x^b + f_y^b + l\dot{\omega} + l\omega^2) \end{aligned} \quad (10)$$

Eqs. (6, 8)로부터 구한 각속도 미분방정식은 Eq. (11)이 된다.

$$\dot{\omega} = \frac{1}{l} (y_{2D,1} - y_{2D,2}) \quad (11)$$

Eqs. (5, 6, 10)으로부터 구한 각속도 미분방정식은 Eq. (12)가 된다.

$$\dot{\omega} = \frac{1}{l} (\sqrt{2}y_{2D,3} + y_{2D,01} - y_{2D,02} - l\omega^2) \quad (12)$$

Eqs. (5, 9)로부터 구한 대수 방정식은 Eq. (13)이 된다.

$$\omega^2 = \frac{1}{l} (y_{2D,2} + y_{2D,01}) \quad (13)$$

회전운동 추정을 위한 가속도계가 1개만 주어진 경우에는 미분방정식과 대수방정식 중 하나만 구성 가능하므로 각속도 추정 방법을 하나만 선택할 수 있다. 반면에 회전 운동 추정을 위한 가속도계가 2개 주어진다면 Eq. (11) 또는 Eq. (12)를 프로세스 모델로 두고, Eq. (13)을 측정 모델로 두어 칼만 필터를 구성할 수 있으며 이를 이용하여 각속도를 추정할 수 있다.

3.2 3차원에서 GF-IMU의 가속도계 배치 예

3차원에서 회전 운동하는 항체에 대한 GF-IMU의 가속도계 배치 예를 살펴보자. Fig. 4와 같이 3차원에서 동체좌표계의 원점으로부터 만큼 떨어진 3개의 축 상에서의 가속도를 생각해보자. 항체의 동체좌표계에서 원점에 나타나는 가속도는 Eq. (14)와 같다.

$$\mathbf{a}_O = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} \quad (14)$$

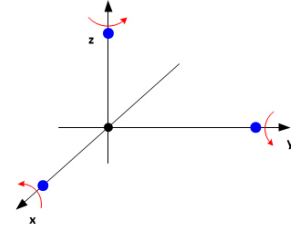


Fig. 4. Acceleration on an axis located at a distance l from the origin in three dimensions.

x, y, z 축 상에 나타나는 가속도는 Eqs. (15-17)과 같다.

$$\mathbf{a}_x = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{a}_y = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ -l(\omega_{ib,z}^b)^2 - l(\omega_{ib,x}^b)^2 \\ l\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{a}_z = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l\dot{\omega}_{ib,y}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,x}^b \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \\ l\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \\ -l(\omega_{ib,x}^b)^2 - l(\omega_{ib,y}^b)^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

동체좌표계의 원점에 가속도계를 배치하고, 추가로 회전운동을 추정하기 위한 가속도계가 3개 주어진 경우에 대한 배치를 생각해보자. xy 평면, yz 평면, zx 평면에 가속도계를 각각 1개씩 배치한다. xy 평면에서 z 축을 중심으로 회전하는 운동을 추정하기 위한 가속도계를 Fig. 5와 같이 배치하는데, 검은색 화살표는 직선 운동을 추정하기 위한 가속도계를 의미하며, 동체좌표계의 원점에서 x, y, z 축 방향으로 배치한 가속도계의 출력은 Eqs. (18-20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{O1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = f_x^b \quad (18)$$

$$y_{O2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = f_y^b \quad (19)$$

$$y_{O3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = f_z^b \quad (20)$$

Fig. 5에서 z 축을 중심으로 회전하는 운동을 측정하는 k 번째 가속도계 출력은 Eq. (21)과 같다.

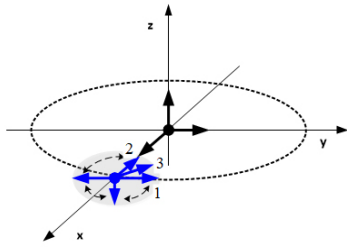


Fig. 5. Example of accelerometer placement for estimating rotation about the z axis in the xy plane.

$$y_k = \begin{bmatrix} d_{x,k} & d_{y,k} & d_{z,k} \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \right] \quad (21)$$

Eq. (21)에서 측정 방향을 y 축과 평행하게 즉, 원의 접선 방향으로 배치할 경우의 가속도계 출력 y_1 는 Eq. (22)가 된다.

$$y_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \right] \quad (22)$$

$$= f_y^b + l\dot{\omega}_{ib,z}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b$$

Eq. (21)에서 측정 방향을 x 축과 평행하게 즉, 구심 방향으로 배치할 경우의 가속도계 출력 y_2 는 Eq. (23)이 된다.

$$y_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \right] \quad (23)$$

$$= -f_x^b + l(\omega_{ib,y}^b)^2 + l(\omega_{ib,z}^b)^2$$

Eq. (21)에서 측정 방향을 y_1 와 y_2 사이의 대각 방향 즉, $\frac{\sqrt{2}}{2}[-1 \ 1 \ 0]$ 으로 둔 가속도계 출력 y_3 는 Eq. (24)와 같다.

$$y_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ l\dot{\omega}_{ib,z}^b \\ -l\dot{\omega}_{ib,y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \\ l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} \right] \quad (24)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-f_x^b + f_y^b + l\dot{\omega}_{ib,z}^b + l(\omega_{ib,y}^b)^2 + l(\omega_{ib,z}^b)^2 \right)$$

Eqs. (19, 22)로부터 구한 각속도 미분방정식은 Eq. (25)가 된다.

$$\dot{\omega}_{ib,z}^b = \frac{1}{l}(y_1 - y_{02}) - \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \quad (25)$$

Eqs. (18, 19, 24)로부터 구한 각속도 미분방정식은 Eq. (26)이 된다.

$$\dot{\omega}_{ib,z}^b = \frac{1}{l}(\sqrt{2}y_3 + y_{01} - y_{02}) - (\omega_{ib,y}^b)^2 - (\omega_{ib,z}^b)^2 \quad (26)$$

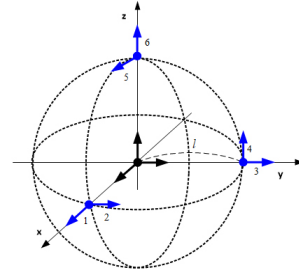


Fig. 6. Example of GF-IMU accelerometer placement with six accelerometers.

Eqs. (18, 23)로부터 구한 대수 방정식은 Eq. (27)이 된다.

$$(\omega_{ib,z}^b)^2 = \frac{1}{l}(y_2 + y_{01}) - (\omega_{ib,y}^b)^2 \quad (27)$$

다른 축을 중심으로 회전하는 운동도 동일한 방법으로 배치하면 각 축의 회전 운동 정보를 구할 수 있다.

회전운동을 추정하기 위한 가속도계가 6개 주어진 경우에 대한 배치를 생각해 보자. 이때는 Fig. 6과 같이 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 가속도계를 각각 2개씩 배치한다.

첫 번째 가속도계의 위치는 xy 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+x$ 축과 교차하는 지점에 두고, 원의 중심 방향으로 배치한다. 두 번째 가속도계의 위치는 xy 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+x$ 축과 교차하는 지점에 두고, y 축과 평행하게 배치한다. 세 번째 가속도계의 위치는 yz 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+y$ 축과 교차하는 지점에 두고, 원의 중심 방향으로 배치한다. 네 번째 가속도계의 위치는 yz 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+y$ 축과 교차하는 지점에 두고, z 축과 평행하게 배치한다. 다섯 번째 가속도계의 위치는 zx 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+z$ 축과 교차하는 지점에 두고, $+x$ 축과 평행하게 배치한다. 여섯 번째 가속도계의 위치는 zx 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 $+z$ 축과 교차하는 지점에 두고, 측정 방향은 원의 중심 방향으로 배치한다. 이때 가속도계 출력은 Eqs. (28-33)과 같다.

$$y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a}_x = f_x^b - l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \quad (28)$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a}_x = f_y^b + l\dot{\omega}_{ib,z}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \quad (29)$$

$$y_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a}_y = f_y^b - l(\omega_{ib,z}^b)^2 - l(\omega_{ib,x}^b)^2 \quad (30)$$

$$y_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{a}_y = f_z^b + l\dot{\omega}_{ib,y}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \quad (31)$$

$$y_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{a}_z = f_z^b - l(\omega_{ib,x}^b)^2 - l(\omega_{ib,y}^b)^2 \quad (32)$$

$$y_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a}_z = f_x^b + l\dot{\omega}_{ib,y}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \quad (33)$$

Eqs. (18-20, 29, 31, 33)으로부터 구한 세 축의 각속도 미분방정식은 Eqs. (34-36)과 같다.

$$\dot{\omega}_{ib,x}^b = \frac{1}{l}(y_4 - y_{03}) - \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \quad (34)$$

$$\dot{\omega}_{ib,y}^b = \frac{1}{l}(y_6 - y_{01}) - \omega_{ib,z}^b \omega_{ib,x}^b \quad (35)$$

$$\dot{\omega}_{ib,z}^b = \frac{1}{l}(y_2 - y_{O2}) - \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \quad (36)$$

Eqs. (18-20, 28, 30, 32)로부터 구한 대수 방정식은 Eqs. (37-39)와 같다.

$$2l(\omega_{ib,x}^b)^2 = -y_{O1} + y_{O2} + y_{O3} + y_1 - y_3 - y_5 \quad (37)$$

$$2l(\omega_{ib,y}^b)^2 = y_{O1} - y_{O2} + y_{O3} - y_1 + y_3 - y_5 \quad (38)$$

$$2l(\omega_{ib,z}^b)^2 = y_{O1} + y_{O2} - y_{O3} - y_1 - y_3 + y_5 \quad (39)$$

Eqs. (34-36)에 나타난 각속도 미분방정식을 프로세스 모델로 두고, Eqs. (37-39)에 나타난 대수 방정식을 측정 모델로 두면 칼만 필터를 구성할 수 있으며, 이를 통해 각속도를 추정할 수 있다. Eqs. (34-36)으로부터 구한 칼만필터의 프로세스 모델은 Eq. (40)과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{w} = - \begin{bmatrix} \omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \\ \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \\ \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \end{bmatrix} - \frac{1}{l} \begin{bmatrix} y_{O1} \\ y_{O2} \\ y_{O3} \end{bmatrix} + \mathbf{w} \quad (40)$$

여기서, 상태변수 $\mathbf{x}$ 는 Eq. (41)과 같다.

$$\mathbf{x} = [\omega_{ib,x}^b \quad \omega_{ib,y}^b \quad \omega_{ib,z}^b]^T \quad (41)$$

입력 $\mathbf{u}$ 는 Eq. (42)와 같다.

$$\mathbf{u} = [y_{O1} \quad y_{O2} \quad y_{O3}]^T \quad (42)$$

Eqs. (37-39)로부터 구한 칼만필터의 측정 모델은 Eq. (43)과 같다.

$$\mathbf{z} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{v} = - \begin{bmatrix} l(\omega_{ib,y}^b)^2 + l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ l(\omega_{ib,z}^b)^2 + l(\omega_{ib,x}^b)^2 \\ l(\omega_{ib,x}^b)^2 + l(\omega_{ib,y}^b)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{O1} \\ y_{O2} \\ y_{O3} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (43)$$

Eq. (40)에 나타난 프로세스 모델을 선형화하면 Eq. (44)와 같다.

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{w}'$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega}_{ib,z}^b & \hat{\omega}_{ib,y}^b \\ \hat{\omega}_{ib,x}^b & 0 & \hat{\omega}_{ib,z}^b \\ \hat{\omega}_{ib,y}^b & \hat{\omega}_{ib,x}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{ib,x}^b \\ \Delta \omega_{ib,y}^b \\ \Delta \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} + \frac{1}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{O1} \\ \Delta y_{O2} \\ \Delta y_{O3} \end{bmatrix} + \mathbf{w}' \quad (44)$$

Eq. (43)에 나타난 측정 모델을 선형화하면 Eq. (45)와 같다.

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{H} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{C} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{v}'$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & 2l\hat{\omega}_{ib,y}^b & 2l\hat{\omega}_{ib,z}^b \\ 2l\hat{\omega}_{ib,x}^b & 0 & 2l\hat{\omega}_{ib,z}^b \\ 2l\hat{\omega}_{ib,x}^b & 2l\hat{\omega}_{ib,y}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \omega_{ib,x}^b \\ \Delta \omega_{ib,y}^b \\ \Delta \omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{O1} \\ \Delta y_{O2} \\ \Delta y_{O3} \end{bmatrix} + \mathbf{v}' \quad (45)$$

다음으로 회전운동을 추정하기 위한 가속도계가 9개 주어진 경우에 대한 배치를 생각해보자. Fig. 7과 같이 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 가속도계를 각각 3개씩 배치한다. Fig. 7에 나타난 GF-IMU는 Triad 가속도계 3개를 각각 동체좌표계의 원점으로부터 +만큼 떨어진 각 축 상에 위치시키고, Triad 가속도계의 측정 방

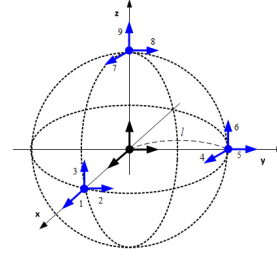


Fig. 7. Example of GF-IMU accelerometer placement with nine accelerometers.

향을 각 축에 평행하게 배치한 구조이다. 첫 번째부터 세 번째 가속도계의 위치는 xy 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 x 축과 교차하는 지점에 두고, 측정 방향은 각각 $x/y/z$ 축과 평행하도록 배치한다. 네 번째부터 여섯 번째 가속도계의 위치는 yz 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 y 축과 교차하는 지점에 두고, 측정 방향은 각각 $x/y/z$ 축과 평행하도록 배치한다. 일곱 번째부터 아홉 번째 가속도계의 위치는 zx 평면의 반지름이 l 인 원주 위에서 z 축과 교차하는 지점에 두고, 측정 방향은 각각 $x/y/z$ 축과 평행하도록 배치한다. 이때 가속도계 출력은 Eqs. (46-54)와 같다.

$$y_1 = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{a}_x = f_x^b - l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \quad (46)$$

$$y_2 = [0 \quad 1 \quad 0] \mathbf{a}_x = f_y^b + l\dot{\omega}_{ib,z}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \quad (47)$$

$$y_3 = [0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{a}_x = f_z^b - l\dot{\omega}_{ib,y}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \quad (48)$$

$$y_4 = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{a}_y = f_x^b - l\dot{\omega}_{ib,z}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b \quad (49)$$

$$y_5 = [0 \quad 1 \quad 0] \mathbf{a}_y = f_y^b - l(\omega_{ib,z}^b)^2 - l(\omega_{ib,x}^b)^2 \quad (50)$$

$$y_6 = [0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{a}_y = f_z^b + l\dot{\omega}_{ib,y}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \quad (51)$$

$$y_7 = [1 \quad 0 \quad 0] \mathbf{a}_z = f_x^b + l\dot{\omega}_{ib,y}^b + l\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \quad (52)$$

$$y_8 = [0 \quad 1 \quad 0] \mathbf{a}_z = f_y^b - l\dot{\omega}_{ib,x}^b + l\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \quad (53)$$

$$y_9 = [0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{a}_z = f_z^b - l(\omega_{ib,x}^b)^2 - l(\omega_{ib,y}^b)^2 \quad (54)$$

Eqs. (18-20, 47-49, 51-53)으로부터 구한 세 축의 각속도 미분 방정식은 Eqs. (55-57)과 같다.

$$\dot{\omega}_{ib,x}^b = \frac{1}{l}(y_{O2} - y_{O3} + y_6 - y_8) \quad (55)$$

$$\dot{\omega}_{ib,y}^b = \frac{1}{l}(-y_{O1} + y_{O3} - y_3 + y_7) \quad (56)$$

$$\dot{\omega}_{ib,z}^b = \frac{1}{l}(y_{O1} - y_{O2} + y_2 - y_4) \quad (57)$$

Eqs. (18-20, 46-54)으로부터 구한 대수 방정식은 Eqs. (58-63)과 같다.

$$2l\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b = -y_{O2} - y_{O3} + y_6 + y_8 \quad (58)$$

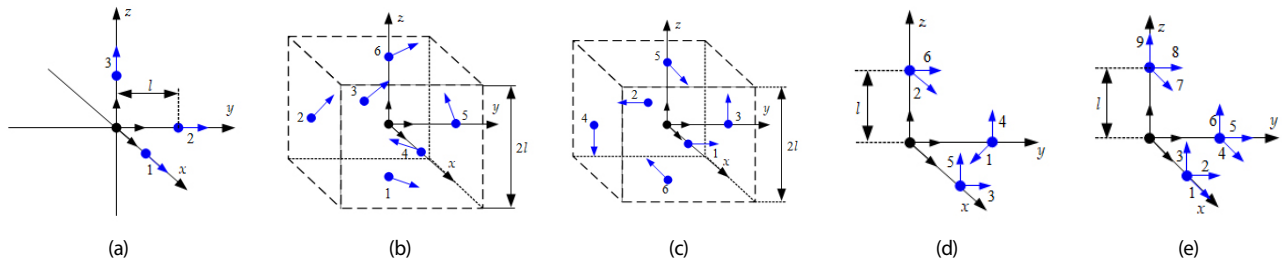


Fig. 8. GF-IMU configurations included in the proposed accelerometer placement method. (a) First three-accelerometer configuration proposed by Schuler et al. (1967), (b) Six-accelerometer configuration proposed by Tan et al. (2001), (c) Second six-accelerometer configuration proposed by Vaknin et al. (2016), (d) Six-accelerometer configuration proposed by Padgaonkar et al. (1975), (e) Nine-accelerometer configuration proposed by Edwan et al. (2011).

$$2l\omega_{ib,x}^b\omega_{ib,z}^b = -y_{01} - y_{03} + y_3 + y_7 \quad (59)$$

$$2l\omega_{ib,x}^b\omega_{ib,y}^b = -y_{01} - y_{02} + y_2 + y_4 \quad (60)$$

$$2l(\omega_{ib,x}^b)^2 = -y_{01} + y_{02} + y_{03} + y_1 - y_5 - y_9 \quad (61)$$

$$2l(\omega_{ib,y}^b)^2 = y_{01} - y_{02} + y_{03} - y_1 + y_5 - y_9 \quad (62)$$

$$2l(\omega_{ib,z}^b)^2 = y_{01} + y_{02} - y_{03} - y_1 - y_5 + y_9 \quad (63)$$

Eqs. (55-57)에 나타난 각속도 미분방정식을 프로세스 모델로 두고, Eqs. (58-63)에 나타난 대수 방정식을 측정 모델로 두면 칼만 필터를 구성할 수 있으며, 이를 통해 각속도를 추정할 수 있다. Eqs. (55-57)로부터 구한 칼만필터의 프로세스 모델은 Eq. (64)와 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{w}$$

$$= \frac{1}{2l} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{01} \\ y_{02} \\ y_{03} \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} \quad (64)$$

상태변수 $\mathbf{x}$ 는 Eq. (41)과 같다. Eqs. (58-63)으로부터 구한 칼만 필터의 측정 모델은 Eq. (65)와 같다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2l\omega_{ib,x}^b\omega_{ib,y}^b \\ 2l\omega_{ib,x}^b\omega_{ib,z}^b \\ 2l\omega_{ib,y}^b\omega_{ib,z}^b \\ -l(\omega_{ib,y}^b)^2 - l(\omega_{ib,z}^b)^2 \\ -l(\omega_{ib,z}^b)^2 - l(\omega_{ib,x}^b)^2 \\ -l(\omega_{ib,x}^b)^2 - l(\omega_{ib,y}^b)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y_{01} - y_{02} \\ -y_{01} - y_{03} \\ -y_{02} - y_{03} \\ y_{01} \\ y_{02} \\ y_{03} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (65)$$

Eq. (65)를 선형화하면 측정 모델은 Eq. (66)이 된다.

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{H}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{C}\Delta \mathbf{u} + \mathbf{v}'$$

$$= \begin{bmatrix} 2l\hat{\omega}_{ib,y}^b & 2l\hat{\omega}_{ib,x}^b & 0 \\ 2l\hat{\omega}_{ib,z}^b & 0 & 2l\hat{\omega}_{ib,x}^b \\ 0 & 2l\hat{\omega}_{ib,z}^b & 2l\hat{\omega}_{ib,y}^b \\ 0 & -2l\hat{\omega}_{ib,y}^b & -2l\hat{\omega}_{ib,z}^b \\ -2l\hat{\omega}_{ib,x}^b & 0 & -2l\hat{\omega}_{ib,z}^b \\ -2l\hat{\omega}_{ib,x}^b & -2l\hat{\omega}_{ib,y}^b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_{ib,x}^b \\ \Delta\omega_{ib,y}^b \\ \Delta\omega_{ib,z}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta y_{01} \\ \Delta y_{02} \\ \Delta y_{03} \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_3 \\ \Delta y_4 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_7 \\ \Delta y_8 \end{bmatrix} + \mathbf{v}' \quad (66)$$

이제까지 2장에서 제시한 내용을 확인하기 위한 가속도계 배치 예를 제시하였다. Eqs. (25-27)을 보면 가속도계 3개가 주어지면 회전 운동 변수 중 3개, Eqs. (34-39)를 보면 가속도계 6개가 주어지면 회전 운동 변수 중 6개, Eqs. (55-63)을 보면 가속도계 9개가 주어지면 회전 운동 변수 중 9개를 구할 수 있음을 알 수 있다.

최근까지 다른 문헌에서 발표한 GF-IMU 중에서 2장에서 제시한 조건에 해당하는 GF-IMU를 Fig. 8에 나타내었다 (Schuler et al. 1967, Padgaonkar et al. 1975, Tan et al. 2001, Edwan et al. 2011, Vaknin & Klein 2016).

Fig. 8에서 직선 운동은 항체 동체좌표계의 원점에 배치한 가속도계로 측정한다. 회전운동을 추정하기 위하여 Fig. 8a는 가속도계 3개가 주어진 경우이며, Figs. 8b-d는 가속도계 6개가 주어진 경우이다. 그리고, Fig. 8e는 가속도계 9개가 주어진 경우의 배치를 알 수 있다.

3.3 GR-IMU의 가속도계 배치 예

자이로스코프 1개 대신 가속도계가 1개 또는 2개가 주어진 경우는 얻고자 하는 축의 회전 운동 정보에 따라 Fig. 1의 첫 번째 줄

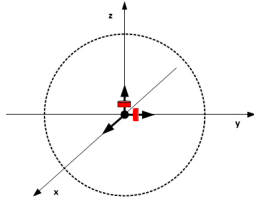


Fig. 9. Sensor configuration consisting of two gyroscopes and three accelerometers.

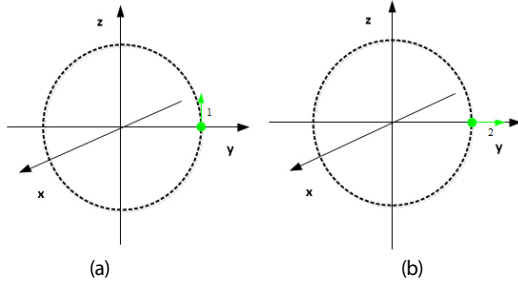


Fig. 10. Example of accelerometer placement for a rigid body undergoing rotation about the x axis. (a) Accelerometer placement for tangential acceleration measurement, (b) Accelerometer placement for centripetal acceleration measurement.

또는 두 번째 줄 또는 세 번째 줄처럼 배치한다. 직선 운동을 측정하는 가속도계와 y, z축에 자이로스코프가 주어졌다고 할 때의 센서 구성은 Fig. 9와 같다. Fig. 9에서 검은색 화살표는 동체좌표계의 원점에서 x, y, z축 방향으로 배치한 가속도계를 의미한다.

회전운동 측정을 위한 가속도계가 1개 주어진 경우에 대한 배치 예를 Fig. 10에 나타내었다. yz 평면의 반지름이 1인 원주 위에서 y축과 교차하는 지점에 두고, z축과 평행하도록 배치하면 Fig. 10a, yz 평면의 반지름이 1인 원주 위에서 y축과 교차하는 지점에 두고, y축과 평행하도록 배치하면 Fig. 10b가 된다. Fig. 10a의 경우 가속도계 출력은 Eq. (67)이 된다.

$$y_1 = f_z^b + l\omega_{ib,y}^b + l\omega_{ib,Gy}^b\omega_{ib,Gz}^b \quad (67)$$

여기서, $\omega_{ib,Gy}^b$ 는 y축 자이로스코프 출력, $\omega_{ib,Gz}^b$ 는 z축 자이로스코프 출력을 의미한다. Fig. 10b의 경우 가속도계 출력은 Eq. (68)이 된다.

$$y_2 = f_y^b - l(\omega_{ib,Gz}^b)^2 - l(\omega_{ib,x}^b)^2 \quad (68)$$

Eqs. (20, 67)로부터 구한 각속도 미분방정식은 Eq. (69)가 된다.

$$\dot{\omega}_{ib,x}^b = \frac{1}{l}(y_1 - y_{O3}) - \omega_{ib,Gy}^b\omega_{ib,Gz}^b \quad (69)$$

Eqs. (19, 68)로부터 구한 대수 방정식은 Eq. (70)이 된다.

$$(\omega_{ib,x}^b)^2 = -\frac{1}{l}(y_2 - y_{O2}) - (\omega_{ib,Gz}^b)^2 \quad (70)$$

가속도계 2개가 주어진 경우에는 Eq. (69)에 나타난 각속도 미분방정식을 프로세스 모델로 두고, Eq. (70)에 나타난 대수 방정식을 측정 모델로 두면 칼만 필터를 구성할 수 있으며, 이를 통해 각속도를 추정할 수 있다. 다른 축을 중심으로 회전하는 운동도 동일한 방법으로 배치하면 각 축의 회전 운동 정보를 추정할 수

있다.

4. 6자유도 운동 추정 성능 지표

4.1 GF-IMU의 6자유도 운동 추정 성능 지표

가속도계 배치 예를 3장에서 보였는데, 이때, 가장 정확한 항법 성능을 제공하는 GF-IMU를 확인하기 위한 성능 지표가 필요하다. 이와 관련하여 Hanson은 각가속도와 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력에 대하여 DOP와 조건수를 구하는 성능 지표를 제안하였다 (Hanson 2005). Hanson은 각가속도와 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력을 변수로 보고, 가속도계 출력을 Eq. (71)과 같이 정리하였다.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1)^T & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N)^T & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b \\ \mathbf{f}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^T (\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times \mathbf{r}_1)) \\ \vdots \\ \mathbf{d}_N^T (\omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times \mathbf{r}_N)) \end{bmatrix} \\ = \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b \\ \mathbf{f}^b \end{bmatrix} + \mathbf{M} \quad (71)$$

Eq. (71)로부터 구한 DOP는 Eq. (72)가 된다.

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1)^T & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N)^T & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1)^T & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N)^T & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{\theta_1}^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{\theta_1} \sigma_{f_1} \\ \vdots & \sigma_{\theta_2}^2 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \sigma_{\theta_3}^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{f_1}^2 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{f_2}^2 \\ \sigma_{\theta_1} \sigma_{f_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{f_1}^2 \end{bmatrix} \quad (72)$$

여기서, $\sigma_{\theta_x}^2, \sigma_{\theta_y}^2, \sigma_{\theta_z}^2$ 는 각각 x, y, z축 각가속도의 분산, $\sigma_{f_x}^2, \sigma_{f_y}^2, \sigma_{f_z}^2$ 는 각각 동체좌표계의 원점에서 나타난 비력의 x, y, z축 성분의 분산을 의미한다. 그런데, Eq. (72)를 보면 Eq. (71)에 나타난 구심가속도 항 $\mathbf{M}$ 을 고려하지 않고, DOP를 구한 것을 알 수 있으며, 조건수도 $\mathbf{J}$ 에 대하여만 구한 것을 알 수 있다. 즉, 각속도의 이차 항 $\mathbf{M}$ 의 영향은 확인할 수 없다.

Eq. (71)에서 서로 다른 축의 각속도의 곱과 각속도의 곱을 각각 $\omega_{ib,SQ1}^b = [\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b \omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b]^T$ 와 $\omega_{ib,SQ2}^b = [(\omega_{ib,x}^b)^2 (\omega_{ib,y}^b)^2 (\omega_{ib,z}^b)^2]^T$ 로 두고 식을 다시 정리하면 Eq. (73)이 된다.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1)^T & \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c1,1} & \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (\mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N)^T & \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c1,N} & \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b \\ \omega_{ib,SQ1}^b \\ \omega_{ib,SQ2}^b \\ \mathbf{f}^b \end{bmatrix} \\ = \mathbf{H} \mathbf{x} \quad (73)$$

여기서, $\mathbf{R}_{c1,i}$ 과 $\mathbf{R}_{c2,i}$ 는 각각 Eqs. (74, 75)와 같다.

$$\mathbf{R}_{c1,i} = \begin{bmatrix} 0 & r_{z,i} & r_{y,i} \\ r_{z,i} & 0 & r_{x,i} \\ r_{y,i} & r_{x,i} & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$\mathbf{R}_{c1,i} = \begin{bmatrix} 0 & r_{z,i} & r_{y,i} \\ r_{z,i} & 0 & r_{x,i} \\ r_{y,i} & r_{x,i} & 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Eq. (73)으로부터 $(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}$ 를 구하면 Eq. (76)이 된다.

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} = \begin{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c1,1} & \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c1,1} & \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ \vdots \\ \left(\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c1,1} & \mathbf{d}_1^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_1^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c1,1} & \mathbf{d}_N^T \mathbf{R}_{c2,N} & \mathbf{d}_N^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 \times \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_N \times \mathbf{d}_N \end{bmatrix} \right)^{-1} \end{bmatrix} \quad (76)$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{\omega_x}^2 & \sigma_{\omega_x \omega_y} & \sigma_{\omega_x \omega_z} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{\omega_x f_x} & \sigma_{\omega_x f_y} & \sigma_{\omega_x f_z} \\ \sigma_{\omega_x \omega_y} & \sigma_{\omega_y}^2 & \sigma_{\omega_y \omega_z} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{\omega_y f_x} & \sigma_{\omega_y f_y} & \sigma_{\omega_y f_z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z \omega_y}^2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z \omega_y}^2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \sigma_{\omega_z}^2 \\ \sigma_{\omega_x f_x} & \sigma_{\omega_x f_y} & \sigma_{\omega_x f_z} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{f_x}^2 & \sigma_{f_y}^2 & \sigma_{f_z}^2 \\ \sigma_{\omega_y f_x} & \sigma_{\omega_y f_y} & \sigma_{\omega_y f_z} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{f_x}^2 & \sigma_{f_y}^2 & \sigma_{f_z}^2 \\ \sigma_{\omega_z f_x} & \sigma_{\omega_z f_y} & \sigma_{\omega_z f_z} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \sigma_{f_x}^2 & \sigma_{f_y}^2 & \sigma_{f_z}^2 \end{bmatrix}$$

여기서, $\sigma_{\omega_x \omega_z}^2$ 는 y 축 각속도와 z 축 각속도 곱의 분산, $\sigma_{\omega_y \omega_z}^2$ 는 x 축 각속도와 z 축 각속도 곱의 분산, $\sigma_{\omega_x \omega_y}^2$ 는 x 축 각속도와 y 축 각속도 곱의 분산, $\sigma_{\omega_x}^2$, $\sigma_{\omega_y}^2$, $\sigma_{\omega_z}^2$ 는 각각 x , y , z 축 각속도 제곱의 분산을 의미한다. Eq. (76)으로부터 각가속도의 DOP를 구하면 Eq. (77)이 된다.

$$\omega DOP = \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_y}^2 + \sigma_{\omega_z}^2} \quad (77)$$

Eq. (76)으로부터 $\omega_{ib, SQ1}^b$ 에 대한 DOP를 구하면 Eq. (78)이 된다.

$$\omega_{SQ1} DOP = \sqrt{\sigma_{\omega_x \omega_z}^2 + \sigma_{\omega_x \omega_y}^2 + \sigma_{\omega_y \omega_z}^2} \quad (78)$$

Eq. (76)으로부터 $\omega_{ib, SQ2}^b$ 에 대한 DOP를 구하면 Eq. (79)가 된다.

$$\omega_{SQ2} DOP = \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_y}^2 + \sigma_{\omega_z}^2} \quad (79)$$

Eq. (76)으로부터 $\mathbf{f}^b$ 에 대한 DOP를 구하면 Eq. (80)이 된다.

$$\mathbf{f}^b DOP = \sqrt{\sigma_{f_x}^2 + \sigma_{f_y}^2 + \sigma_{f_z}^2} \quad (80)$$

DOP는 가속도계 오차의 증폭도를 나타내는 지표이다. 그러나, DOP는 측정 방정식의 수치적 안정성을 직접적으로 반영하지 못하므로, 가속도계 배치에 따른 추정 문제의 수치적 안정성을 평가하기 위하여 계수 행렬의 조건수를 함께 고려할 수 있다. Eq. (73)에 나타낸 $\mathbf{H}$ 로부터 구한 조건수 k 는 Eq. (81)과 같다.

$$\kappa(\mathbf{H}) = \frac{\sigma_{\max}(\mathbf{H})}{\sigma_{\min}(\mathbf{H})} \quad (81)$$

여기서, $\sigma_{\max}(\mathbf{H})$ 는 $\mathbf{H}$ 의 singular value의 최대값, $\sigma_{\min}(\mathbf{H})$ 는 $\mathbf{H}$ 의 singular value의 최소값을 의미한다. DOP는 구하고자 하는 변수 오차의 측정치 오차에 대한 증폭도를 나타내므로, DOP가 작으면 측정치 오차가 적게 증폭되며, 반대의 경우 크게 증폭된다. 조건수는 선형 시스템의 수치적 안정성을 나타낸다. 즉, 행렬이 수치

적으로 얼마나 민감한지를 확인할 수 있다.

4.2 GR-IMU의 6자유도 운동 추정 성능 지표

GR-IMU에서는 자이로스코프가 특정 축의 각속도를 직접 측정하므로, 해당 축과 관련된 각가속도 및 각속도 항은 가속도계 출력식에서 미지수로 취급되지 않는다. 따라서, 가속도계 출력으로부터 추정해야 할 변수는 자이로스코프가 측정하지 않는 축에 해당하는 각가속도와 각속도 관련 항이다.

GR-IMU의 경우 Eqs. (77-81)에서 자이로스코프가 배치된 축의 각가속도와 각속도 이차 항을 제외한 나머지 변수들을 이용하여 성능 지표를 계산한다. 이로부터 각가속도에 대한 DOP는 Eq. (82)와 같이 정의할 수 있다.

$$\omega DOP = \begin{cases} \sqrt{\sigma_{\omega_y}^2 + \sigma_{\omega_z}^2}, & x\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_z}^2}, & y\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_y}^2}, & z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_x}, & y, z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_y}, & x, z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_z}, & x, y\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \end{cases} \quad (82)$$

Eq. (78)에 제시한 $\omega_{ib, SQ1}^b$ 에 대한 DOP는 Eq. (83)이 된다.

$$\omega_{SQ1} DOP = \begin{cases} \sigma_{\omega_x \omega_z}, & x\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_x \omega_y}, & y\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_y \omega_z}, & z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \end{cases} \quad (83)$$

Eq. (79)에 제시한 $\omega_{ib, SQ2}^b$ 에 대한 DOP는 Eq. (84)가 된다.

$$\omega_{SQ2} DOP = \begin{cases} \sqrt{\sigma_{\omega_y}^2 + \sigma_{\omega_z}^2}, & x\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_z}^2}, & y\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sqrt{\sigma_{\omega_x}^2 + \sigma_{\omega_y}^2}, & z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_x}^2, & y, z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_y}^2, & x, z\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \\ \sigma_{\omega_z}^2, & x, y\text{축에 자이로스코프를 배치할 경우} \end{cases} \quad (84)$$

$\mathbf{H}$ 로부터 구한 조건수 k 는 Eq. (81)과 같다.

이와 같이 정리된 성능 지표를 이용하면 GF-IMU와 GR-IMU의 가속도계 배치에 따른 6자유도 운동 추정 성능을 정량적으로 비교할 수 있으며, 이를 이용하여 적절한 가속도계 배치를 선택할 수 있다.

5. GF-IMU의 가속도계 배치에 대한 성능평가

이번 장에서는 3장에서 제시한 GF-IMU 가속도계 배치에 대하여, 4장에서 정의한 성능 평가 지표를 이용하여 6자유도 운동 추정 성능을 정량적으로 분석한다. 특히, Hanson의 성능 지표와

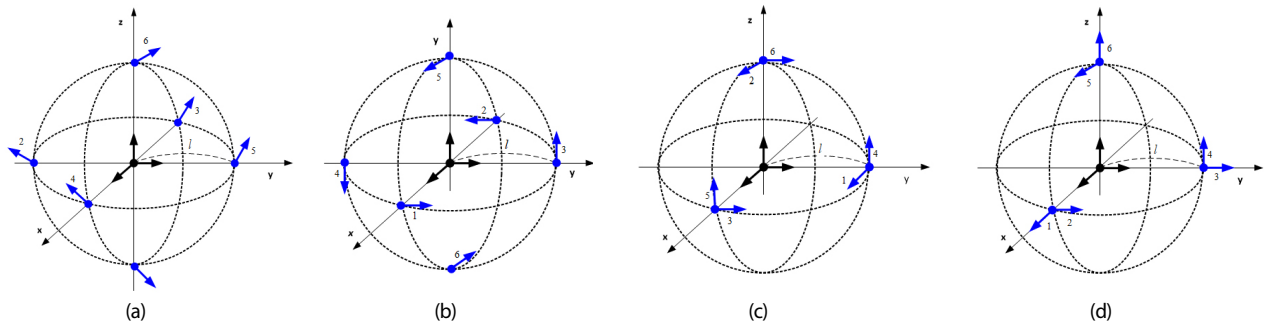


Fig. 11. A structure with six additional accelerometers for measuring translational motion. (a) Accelerometer placement of the first GF-IMU, (b) Accelerometer placement of the second GF-IMU, (c) Accelerometer placement of the third GF-IMU, (d) Accelerometer placement of the fourth GF-IMU.

Table 2. DOP and condition number of GF-IMU.

GF-IMU	ωDOP	$\omega_{sq1} DOP$	$\omega_{sq2} DOP$	$\rho^b DOP$	Condition number
Fig. 11a	1.2247	2.1213	0	1.7321	3.23
Fig. 11b	0.6124	0.6124	0	1	∞
Fig. 11c	1.7321	1.7321	0	1.7321	3.23
Fig. 11d	1.2247	1.2247	2.1213	1.7321	4.22

Table 3. RBA-500 error specification.

Error	Value (1 σ)
Bias	1 mg
Velocity random walk	0.00734 m/s/ $\sqrt{hr}$

4장에서 제시한 성능 지표를 비교함으로써, 각 성능 지표의 차이를 확인하고자 한다.

Fig. 11에 나타난 가속도계 각각의 배치에 대하여 Table 2에 DOP 및 조건수를 나타내었다. Table 3에 나타난 RBA-500 가속도계의 잡음을 반영하여 항체가 100초 동안 정지한 상황에서 최소자승법으로 12개의 변수를 추정한 결과를 Table 4에 제시하였다.

Table 2를 보면 제시한 성능 지표에서 DOP 값이 작은 배치일수록 Table 4에서의 추정 오차 또한 작게 나타남을 확인할 수 있다. 즉, 4절에서 제시한 성능 지표가 가속도계 잡음에 의한 오차 증폭을 반영하고 있음을 알 수 있다. 각속도 미분방정식을 이용하여 각속도를 추정하는 경우에는 Fig. 11a 및 Fig. 11d의 배치가 가장 우수한 성능을 보이며, 이는 각가속도 DOP가 작기 때문임을 알 수 있다. 반면에 대수방정식으로부터 각속도를 추정하는 경우에는 Fig. 11b의 배치가 가장 작은 오차를 나타낸다. 그러나, Fig. 11b의 경우, 조건수가 무한대로 나타난다. 이는 행렬 H의 rank가 6이므로, Figs. 11a,c,d에 나타난 다른 배치의 rank 9에 비해 수치적으로 불안정한 구조를 가지기 때문이다. 즉, 대수방정식으로부터 각속도를 구할 경우에는 우수한 추정 성능을 보일 수 있으나, 전체적인 시스템 관점에서 해의 민감도가 큼을 알 수 있다.

이와 같은 결과는 Hanson의 성능 지표로 설명할 수 없다. Hanson의 성능 지표는 각가속도와 비력만을 변수로 고려하여 DOP와 조건수를 계산하므로, 가속도계 출력에 포함되는 구심가속도 성분, 즉, 각속도의 이차 항에 의한 영향은 반영되지 않는다. 반면에 4장에서 제시한 성능 지표는 회전 운동 관련 변수 12개에 대하여 모두 DOP를 정의하므로, 각속도 미분방정식 기반 추정과 대수방정식 기반 추정을 포함하는 성능 평가가 가능하다. 특히, Fig. 11b와 같이 특정 조건에서는 우수한 성능을 보이지만 전체 시

Table 4. Error of twelve variables.

Variables	Fig. 11a	Fig. 11b	Fig. 11c	Fig. 11d
$\omega_{ib,x}^b$	0.0009	0.0004250	0.0012	0.0009
$\omega_{ib,y}^b$	0.0009	0.0004281	0.0012	0.0009
$\omega_{ib,z}^b$	0.0009	0.0004284	0.0012	0.0009
$\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,y}^b$	0.0015	0.0004250	0.0012	0.0009
$\omega_{ib,x}^b \omega_{ib,z}^b$	0.0015	0.0004281	0.0012	0.0009
$\omega_{ib,y}^b \omega_{ib,z}^b$	0.0015	0.0004284	0.0012	0.0009
$(\omega_{ib,x}^b)^2$	0	0	0	0.0015
$(\omega_{ib,y}^b)^2$	0	0	0	0.0015
$(\omega_{ib,z}^b)^2$	0	0	0	0.0015
f_x^b	0.0012	0.0007041	0.0012	0.0012
f_y^b	0.0012	0.0007070	0.0012	0.0012
f_z^b	0.0012	0.0007222	0.0012	0.0012

6. 결론

이 논문에서는 GF-IMU/GR-IMU를 이용하여 6자유도 운동을 추정하기 위하여 각운동 변수간의 관계를 미분 방정식과 대수 방정식으로 정리하고, 회전 운동 추정에 필요한 가속도계의 개수와 배치, 그리고 이를 만족하는 가속도계 배치 예를 제시하였다. 또한, 각속도 이차 항을 포함한 성능 평가 지표를 이용하여 가속도계 배치에 따른 6자유도 운동 추정 성능 차이를 정량적으로 분석하였다.

가속도계 배치에 따라 구성 가능한 각속도 미분방정식과 대수 방정식이 달라지며, 가속도계 개수에 따라 추정 가능한 변수의 갯수를 확인하였다. 그리고, 각속도 미분방정식과 대수방정식을 동시에 구성할 수 있는 경우에 한하여 칼만필터 기반의 각속도 추정이 가능함을 확인하였다. Hanson의 성능 지표는 각가속도와 비력만을 고려하여 DOP와 조건수를 정의하므로, 가속도계 출력에 포함되는 구심가속도 성분, 즉 각속도 이차 항의 영향을 반영하지 못한다. 그런데, 본 논문에서 제시한 성능 지표는 각속도 이차 항을 포함한 회전 운동과 관련된 전체 변수를 고려함으로써 미분방정식 기반 각속도 추정만이 아니라 대수방정식 기반 각

속도 추정 성능까지 포함하는 보다 확장된 성능 평가가 가능함을 보였다. 이를 통해 Hanson의 성능 지표로는 구분이 어려운 가속도계 배치 간 성능 차이를 보다 명확하게 구별할 수 있음을 확인하였다. 제시한 성능 지표를 이용한 시뮬레이션 결과로부터 DOP가 작은 가속도계 배치일수록 추정 오차가 감소하는 경향을 확인하였으며, 조건수를 함께 고려할 경우 수치적 안정성까지 포함한 종합적인 성능 평가가 가능함을 확인하였다. 특히, 특정한 가속도계 배치에서는 일부 변수에 대해 우수한 성능을 보이더라도 전체 시스템의 수치적 안정성이 저하될 수 있음을 확인하였으며, 이는 제시한 성능 지표를 통해 보다 효과적으로 분석할 수 있음을 보였다.

후에는 칼만필터 기반 각속도 추정 성능을 평가할 수 있는 성능 지표를 추가로 정의하고, 여러가지 궤적에 대하여 성능 평가를 수행할 것이다. 또한, GPS 등 외부 센서와의 통합 항법 시스템에서 제시한 성능 지표에 대하여 검토할 예정이다.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

Conceptualization, J. H. Son, E. Han, and D.-H. Hwang; software, J. H. Son; supervision, D.-H. Hwang; writing – original draft, J. H. Son; writing – review & editing, D.-H. Hwang.

CONFLICTS OF INTEREST

The authors declare no conflict of interest.

REFERENCES

- Ang, W. T., Khosla, P. K., & Riviere, C. N. 2003, Design of all-accelerometer inertial measurement unit for tremor sensing in hand-held microsurgical instrument, In Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Taipei, Taiwan, 14-19 September 2003. pp.1781-1786. <https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1241852>
- Cappa, P., Patanè, E., & Rossi, S. 2007, A Redundant Accelerometric Cluster for the Measurement of Translational and Angular Acceleration and Angular Velocity of the Head, Journal of Medical Devices-transactions of The Asme, 1, 14-22. <https://doi.org/10.1115/1.2355685>
- Chen, J.-H., Lee, S.-C., & Debra, D. B. 1994, Gyroscope free strapdown inertial measurement unit by six linear accelerometers, Journal of Guidance Control Dynamics, 17, 286-290. <https://doi.org/10.2514/3.21195>
- Costello, M. & Jitraphai, T. 2002, Determining angular velocity and angular acceleration of projectiles using triaxial acceleration measurements, Journal of Spacecraft and Rockets, 39, 73-80. <https://doi.org/10.2514/2.3784>
- DiNapoli, L. D. 1965, The measurement of angular velocities without the use of gyros. M.S. thesis, The Moore School of Electrical Engineering, University of Pennsylvania
- Edwan, E., Knedlik, S., & Loffeld, O. 2011, Constrained Angular Motion Estimation in a Gyro-Free IMU, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 47, 596-610. <https://doi.org/10.1109/TAES.2011.5705694>
- Hanson, R. 2005, Using multiple MEMS IMUs to form a distributed inertial measurement unit. Tech Report, DTIC Document, US Air Force Institute of Technology
- Jenie, Y. I., Mohamad, H., Sabastian, B., & Sasongk, R. A. 2010, Experiment on The Application of A Cube Type Gyroscope-Free Inertial Measurement Unit on Lapans Rum Payload-Test Rockets, In Proceedings of the 27th international congress of the aeronautical sciences, Nice, France, 19-24 September 2010, pp.1-9.
- Liu, F., Su, Z., Zhao, H., Li, Q., & Li, C. 2019, Attitude Measurement for High-Spinning Projectile with a Hollow MEMS IMU Consisting of Multiple Accelerometers and Gyros, Sensors, 19, 1799. <https://doi.org/10.3390/s19081799>
- Nusbaum, U. & Klein, I. 2017, Control Theoretic Approach to Gyro-Free Inertial Navigation Systems, IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 32, 38-45. <https://doi.org/10.1109/MAES.2017.160174>
- Padgaonkar, A. J., Krieger, K. W., & King, A. I. 1975, Measurement of Angular Acceleration of a Rigid Body Using Linear Accelerometers, Journal of Applied Mechanics, 42, 552-556. <https://doi.org/10.1115/1.3423640>
- Schuler, A. R., Grammatikos, A., & Fegley, K. A. 1967, Measuring Rotational Motion with Linear Accelerometers, IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, AES-3, 465-472. <https://doi.org/10.1109/TAES.1967.5408811>
- Tan, C.-W., Park, S., Mostov, K., & Varaiya, P. 2001, Design of Gyroscope-free navigation systems, In Proceedings of the Intelligent Transportation Systems, Oakland, CA, USA, 25-29 August 2001, pp.286-291. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2001.948670>
- Vaknin, E. & Klein, I. 2016, Coarse leveling of gyro-free INS, Gyroscopy and Navigation, 7, 145-151. <https://doi.org/10.1134/s2075108716020115>
- Wang, X. & Xiao, L. 2017, Gyroscope-reduced inertial navigation system for flight vehicle motion estimation, Advances in Space Research, 59, 413-424. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2016.09.001>
- Yang, M., Liu, M., Yang, D., Zheng, W. & Su E., L. 2017, Research on the GFSINS/GPS/CNS integrated navigation technology for hypersonic vehicle, In Proceedings of

21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference, Xiamen, China, 6-9 March 2017, pp.1-7. <https://doi.org/10.2514/6.2017-2321>

Yang, P., Chen, Y., & Dang, F. 2021, Gyro-Free Inertial Measurement Unit with Unfettered Accelerometer Array Distribution and for the Object with Position Change in Center of Gravity, IEEE Sensors Journal, 21, 9423-9435. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2021.3054381>

Zappa, B., Legnani, G., Bogert, A. v. d., & Adamini, R. 2001, On the Number and Placement of Accelerometers for Angular Velocity and Acceleration Determination, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of The Asme, 123, 552-554. <https://doi.org/10.1115/1.1386649>



Jae Hoon Son is received a B.S. degree in the Department of IT Electronics Engineering, Daejeon University, in 2018. He is currently a Ph.D. candidate at the Department of Electronics Engineering, Chungnam National University. His research interests are inertial navigation system, Integration navigation system and embedded system.



Eugeun Han received B.S. degree in the Department of Computer and Electronic Information Engineering, Woosong University, Korea in 2004. He received M.S. degree from Chungnam National University, Korea in 2006. Now he is a Ph.D. candidate at the Department of Electronics Engineering, Chungnam National University and a principal research engineer of Advanced Technology Research Division, Poongsan Defense R&D Institute, Korea. His research interest is GF-INS and integrated navigation system.



Dong-Hwan Hwang is a professor in the Department of Electronics Engineering, Chungnam National University, Korea. He received his B.S. degree from Seoul National University, Korea in 1985, and his M.S. and Ph.D. degrees from Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea in 1987 and 1991, respectively. His research interests include GNSS/INS integrated navigation system design and GNSS applications.

